

## 7. Übungsblatt zur Vorlesung Einführung in die Finanzmathematik

**1. Aufgabe:** Wir betrachten ein  $N$ -Perioden Binomialmodell mit Preisprozess

$$S_k = S_{k-1} \times (1 + \text{ret}_k)$$

mit

$$\text{ret}_k \in \{+q, -q\}$$

für  $k = 1, 2, \dots, N$ . Die Zinsen seien  $r = 0$ . Gegeben sei die europäische, pfadunabhängige Option  $H$  mit Payoff

$$H(S_N) := S_N^2$$

Berechnen Sie den Preis  $V_0$  von  $H$  mit Hilfe des Theorems 5.2 aus der Vorlesung und vereinfachen Sie das Resultat soweit wie möglich. Schauen Sie sich dazu gegebenenfalls noch einmal das Beispiel auf den letzten beiden Seiten von week7.pdf an.

**2. Aufgabe:** Wir betrachten ein  $N$ -Perioden Binomialmodell mit Preisprozess

$$S_k = S_{k-1} \times (1 + \text{ret}_k)$$

mit Zinsen  $r = 0$  und

$$\text{ret}_k \in \{\text{ret}_{\text{up}}, \text{ret}_{\text{down}}\}$$

für  $k = 1, 2, \dots, N$ . Gegeben sei die europäische, pfadunabhängige Option  $H$  mit Payoff

$$H(S_N) := \frac{S_0}{S_N}$$

Beweisen Sie mit Hilfe des Theorems 5.2 aus der Vorlesung: Der Preis  $V_0$  von  $H$  lässt sich schreiben als

$$V_0 = \left\{ \frac{p_{\text{rn}}}{1 + \text{ret}_{\text{up}}} + \frac{1 - p_{\text{rn}}}{1 + \text{ret}_{\text{down}}} \right\}^N$$

mit der risikoneutralen Wahrscheinlichkeit  $p_{\text{rn}}$  aus dem Theorem 5.2. Schauen Sie sich gegebenenfalls noch einmal das Beispiel auf den letzten beiden Seiten von week7.pdf an.