

7. Übungsblatt zur Vorlesung Wirtschaftsmathematik III

Aufgabe 1) Gegeben sei das folgende Integral:

$$I := \int_0^2 x e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

- Berechnen Sie den exakten Wert von I mit Bleistift und Papier.
- Berechnen Sie I numerisch in R mit Hilfe einer Monte Carlo Simulation. Benutzen Sie dazu $N = 50000$ normalverteilte Zufallszahlen.
- Berechnen Sie I numerisch in R mit Hilfe einer Monte Carlo Simulation. Benutzen Sie dazu $N = 50000$ gleichverteilte Zufallszahlen.

Für die Teile (b) und (c) müssen Sie das I schreiben in der Form

$$I = \int_{\mathbb{R}} F(x) p(x) dx \quad (1)$$

mit einer W'keitsdichte $p(x)$. Geben Sie jeweils explizit das F und das p an. Beachten Sie dabei, dass $\int_{\mathbb{R}} p(x) dx = 1$ gelten muss. Schauen Sie sich gegebenenfalls noch einmal das Beispiel 2 aus dem week7.pdf an.

Aufgabe 2) Gegeben sei das folgende Integral:

$$I := \int_0^{\infty} e^{-x} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

- Zeigen Sie mit Bleistift und Papier, dass der exakte Wert von I durch den Ausdruck

$$I = \sqrt{2\pi} e [1 - \Phi(1)] \quad (2)$$

gegeben ist mit

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x e^{-\frac{y^2}{2}} \frac{dy}{\sqrt{2\pi}}$$

Hinweis: Quadratische Ergänzung im Exponenten.

- Geben Sie den numerischen Wert für I an, indem Sie die exakte Formel (2) benutzen und die R-Funktion `pnorm(x)` verwenden.
- Berechnen Sie I numerisch in R mit Hilfe einer Monte Carlo Simulation. Benutzen Sie dazu $N = 50000$ normalverteilte Zufallszahlen.
- Berechnen Sie I numerisch in R mit Hilfe einer Monte Carlo Simulation. Benutzen Sie dazu $N = 50000$ exponential-verteilte Zufallszahlen.

Für die Teile (c) und (d) müssen Sie das I wieder in der Form (1) schreiben, geben Sie wieder jeweils explizit das F und das p an.