

5. Übungsblatt zur Vorlesung Wirtschaftsmathematik III

Aufgabe 1) Starten Sie eine R-Session und führen Sie dann die folgenden Berechnungen durch:

- a) Erzeugen Sie $n = 10001$ mit Mittelwert $\mu = 1$ und Standardabweichung $\sigma = 2$ normalverteilte Zufallszahlen und speichern Sie sie in der Variablen z .
- b) Erzeugen Sie ein Histogramm der Zufallszahlen z . Wählen Sie die Skalierung der vertikalen Achse so, dass die Summe der Fläche aller Rechtecke gleich 1 ist, benutzen Sie dazu den optionalen Parameter `prob`. Wählen Sie ausserdem `breaks = 40` um die Anzahl der Rechtecke in dem Histogramm etwas zu erhöhen.
- c) Plotten Sie in das Histogramm aus Teil (b) ebenfalls die theoretische Dichte der $(\mu = 1, \sigma = 2)$ -Normalverteilung, in rot. Benutzen Sie dazu den `curve()`-Befehl und verwenden Sie den optionalen Parameter `add = TRUE`.
- d) Wie gross ist die theoretische Wahrscheinlichkeit, dass sich eine $(\mu = 1, \sigma = 2)$ -normalverteilte Zufallszahl im Intervall $[0, 2]$ befindet? Wie viele von den tatsächlich generierten 10000 Zufallszahlen würde man also im Intervall $[0, 2]$ erwarten?
- e) Berechnen Sie dann die tatsächliche Zahl der Zufallszahlen im Intervall $[0, 2]$. Verwenden Sie dazu etwa den `ifelse()`-Befehl.
- f) Ordnen Sie die Zufallszahlen z der Grösse nach mit Hilfe des `sort()`-Befehls. Speichern Sie das Resultat in der Variablen sz und plotten Sie das sz .
- g) Geben Sie den Befehl `summary(z)` ein. Sie bekommen den Median, das erste Quartil und das dritte Quartil angezeigt. Überprüfen Sie diese Werte, indem Sie die entsprechenden Elemente von sz aufrufen. Sie müssen sich also überlegen, welche Elemente das sind.
- h) Unter den 10000 Zufallszahlen befindet sich eine Zufallszahl z_0 mit folgender Eigenschaft: Genau 100 Zufallszahlen sind kleiner als z_0 und genau 9900 Zufallszahlen sind grösser als z_0 . Geben Sie dieses z_0 explizit an.
- i) Es gibt einen theoretisch zu erwartenden Wert für das z_0 aus Teil (h), geben Sie diesen Wert explizit an.

Schauen Sie sich zum Bearbeiten dieser Aufgabe gegebenenfalls noch einmal die Code-Beispiele aus dem `week5.txt` an, damit können Sie diese Aufgabe dann lösen.

..bitte wenden

Aufgabe 2) Eine faire Münze mit

$$p_{\text{Kopf}} = \frac{1}{2}, \quad p_{\text{Zahl}} = \frac{1}{2}$$

wird n mal geworfen und k bezeichne die Anzahl der geworfenen Köpfe. Berechnen Sie numerisch mit Hilfe einer geeigneten R-Funktion die Wahrscheinlichkeit

$$\text{Prob}[a \leq k \leq b]$$

für

- a) $n = 100$, $a = 48$ und $b = 52$
- b) $n = 1000$, $a = 480$ und $b = 520$
- c) $n = 10000$, $a = 4800$ und $b = 5200$.

Aufgabe 3) Ein fairer Würfel mit den Zahlen 1 bis 6 und

$$p_1 = p_2 = \dots = p_6 = \frac{1}{6}$$

wird 1000 mal geworfen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 300 Einsen und Zweien geworfen werden? Geben Sie einen konkreten numerischen Wert an. Benutzen Sie dazu eine geeignete R-Funktion.