Hochschule RheinMain
Prof. Dr. D. Lehmann WS 2024/25

1. Übungsblatt zur Vorlesung
Wirtschaftsmathematik III

Aufgabe 1) Legen Sie folgende Vektoren in der R-Software an:

$$\begin{aligned}
\vec{v}_1 &= (1, 2, 3, ..., 99, 100) \in \mathbb{R}^{100} \\
\vec{v}_2 &= (2, 4, 6, ..., 198, 200) \in \mathbb{R}^{100} \\
\vec{v}_3 &= (1, 1, 1, ..., 1, 1) \in \mathbb{R}^{100} \\
\vec{v}_4 &= (1, 4, 9, 16, ..., 99^2, 100^2) \in \mathbb{R}^{100} \\
\vec{v}_5 &= (1, 1/4, 1/9, 1/16, ..., 1/99^2, 1/100^2) \in \mathbb{R}^{100} \\
\vec{x} &\in \mathbb{R}^{101} \quad \text{mit } x_1 = 0, \;\; x_{101} = 10 \quad \text{und } x_i - x_{i-1} = \text{const}
\end{aligned}$$

Schauen Sie sich dazu gegebenenfalls noch einmal die Beispiele aus dem `week1.txt` an. Die Indizierung von Vektoren in R fängt immer bei 1 an, also `x[1]`, `x[2]`, ... Es gibt kein `x[0]` und Sie können auch kein `x[0]` anlegen.

Aufgabe 2) Gegeben sei die Summe

$$s_n := \sum_{k=1}^{n} (2k-1) = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 2n - 1 \tag{1}$$

a) Berechnen Sie die Summen s_1, s_2, s_3, s_4 und s_5 mit Bleistift und Papier und finden Sie eine allgemeine Formel für die s_n.

b) Legen Sie die Variable $n = 100$ in R an und erzeugen Sie dann den Vektor $\vec{x} := (1, 3, 5, \cdots, 2n-1) \in \mathbb{R}^n$.

c) Machen Sie sich mit dem R-Befehl cumulative sum, `cumsum()`, vertraut. Dazu können Sie die R-Hilfe bemühen mit der Syntax `?cumsum()`. Erzeugen Sie dann den Vektor

$$\vec{s} := (s_1, s_2, s_3, \cdots, s_n) \tag{2}$$

wobei die s_n's durch die Formel (1) gegeben sind.

d) Eine R-Schleife hat die Syntax

```
for(k in vector)
{
   ...do something...
}
```

und die Variable `k` nimmt dann nacheinander die Werte `vector[1]`, `vector[2]`, `vector[3]`, ... an. Das müssen nicht immer numerische Werte sein, sondern können etwa auch Text-Variablen sein. Erzeugen Sie dann noch einmal den Vektor $\vec{s}$ aus (2) mit Hilfe einer Schleife, also ohne die Funktion `cumsum()` zu benutzen.

Aufgabe 3) Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem numerisch mit Hilfe der R-Software:

$$\begin{aligned} x + y - z &= 0 \\ x - y + z &= 4 \\ 2x + 2z &= 10 \end{aligned}$$

Schauen Sie sich dazu gegebenenfalls noch einmal das Beispiel aus dem `week1.txt` an.

Aufgabe 4) Eine der wichtigsten Formeln in der Mathematik ist die Formel für die sogenannte geometrische Reihe. Sie lautet:

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k \;=\; 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \cdots \;=\; \frac{1}{1-x}$$

Dabei muss das x zwischen -1 und +1 liegen, also $x \in (-1, +1)$. Wir wollen diese Formel durch eine numerische Simulation in R überprüfen. Gehen Sie dazu folgendermassen vor:

a) Legen Sie den Vektor

$$\vec{x} \;:=\; \big(-0.99\, -0.98\,,\, \cdots -0.02\,,\, -0.01\,,\, 0.00\,,\, +0.01\,,\, +0.02,\, \cdots\,,\, +0.98\,,\, +0.99\big)$$

in R an.

b) Legen Sie die Variable $n = 100$ in R an und berechnen Sie dann die Summe

$$s_n(x) \;:=\; \sum_{k=0}^{n} x^k$$

für alle x_i, die in dem Vektor $\vec{x}$ aus Teil (a) vorkommen.

c) Berechnen Sie die Funktion

$$y \;=\; y(x) \;:=\; \frac{1}{1-x}$$

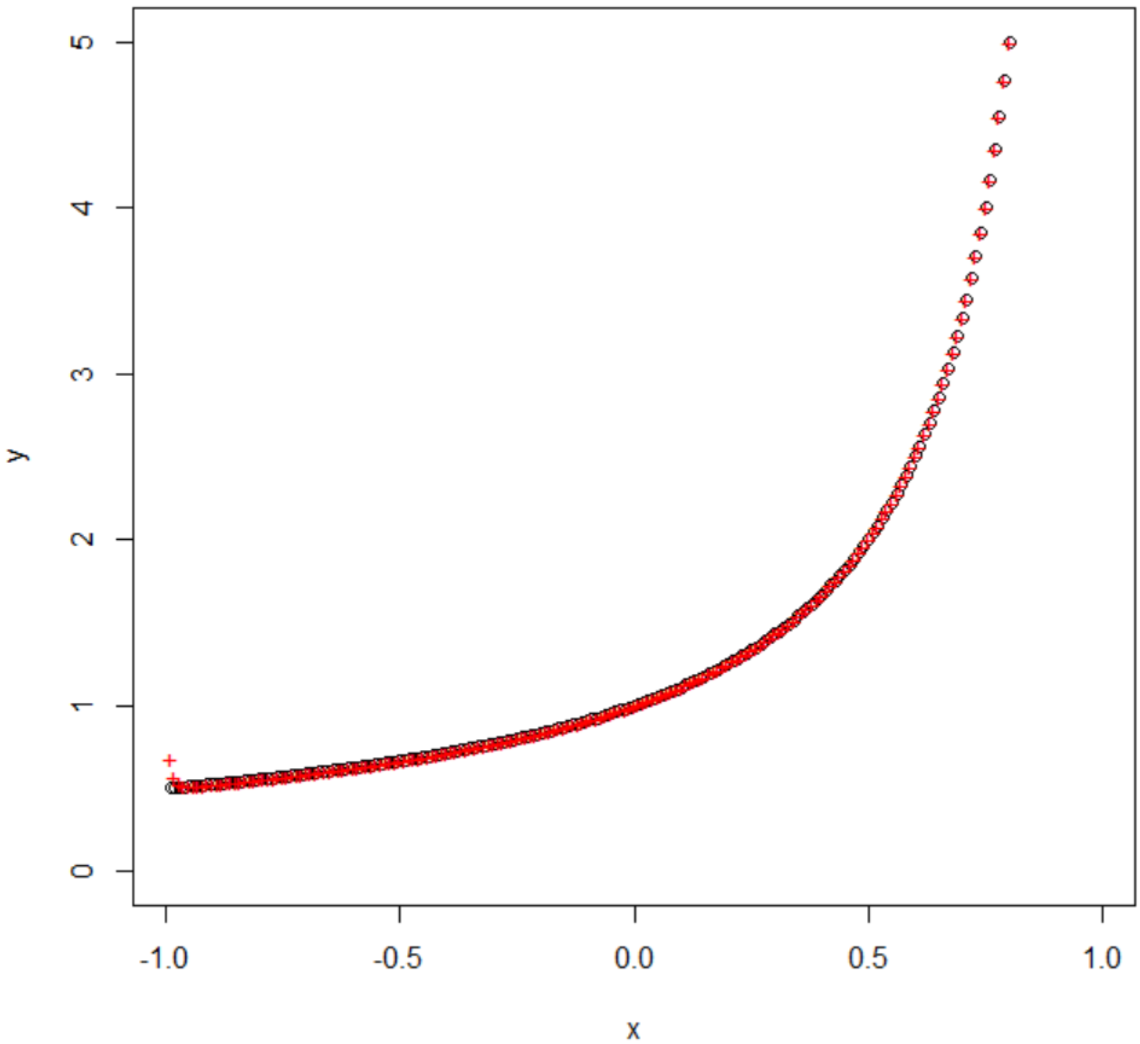
und plotten Sie das y mit Hilfe des Befehls `plot(x,y)`. Dabei ist `x` der Vektor, den Sie in Teil (a) angelegt haben. Wir ändern noch die Skalierung der y-Achse, mit Hilfe der Syntax

```
plot( x , y , ylim = c(0,5) )
```

d) Jetzt wollen wir noch die $s_n(x)$ aus Teil (b) in dasselbe Diagramm mit reinplotten, vielleicht in einer anderen Farbe, etwa in rot, und mit anderen Plotsymbolen (englisch plot characters, `pch`), nehmen wir etwa ein Plus-Zeichen. Das geht dann mit der folgenden Syntax:

```
points( x , sn , col = "red" , pch = " + " )
```

Wenn Sie alles richtig gemacht haben, sollten Sie das folgende Bild bekommen:



0
1
2
3
4
5
y
-1.0
-0.5
0.0
0.5
1.0
x