Hochschule RheinMain
Prof. Dr. D. Lehmann

WS 2023/24

11. Übungsblatt zur Vorlesung Finanzmathematik I

1.Aufgabe: Betrachten Sie folgende Option $H = H(S_T)$ mit Auszahlung

$$H(S_T) \;:=\; \frac{S_0}{S_T}$$

und nehmen Sie an, dass die Preisdynamik des Underlyings S_t durch das Black-Scholes Modell gegeben ist,

$$dS_t/S_t \;=\; \mu\, dt \;+\; \sigma\, dx_t$$

mit x_t eine Brownsche Bewegung. Der jährliche Zinssatz sei r. Berechnen Sie den $t = 0$ Preis V_0 dieser Option. Benutzen Sie dazu die Formel (5) vom letzten Übungsblatt 10.

2.Aufgabe: Wir betrachten eine Binär- oder Digital-Option mit Auszahlung

$$H(S_T) \;:=\; \begin{cases} 1 & \text{falls } S_T \geq K \\ 0 & \text{falls } S_T < K \end{cases}$$

und nehmen an, dass die Preisdynamik des Underlyings S_t durch das Black-Scholes Modell gegeben ist,

$$dS_t/S_t \;=\; \mu\, dt \;+\; \sigma\, dx_t$$

mit x_t eine Brownsche Bewegung. Beweisen Sie, dass der $t = 0$ Preis V_0 von H durch

$$V_0 \;=\; e^{-rT}\, N(d)$$

gegeben ist, wenn r der Zinssatz und T die Laufzeit der Option sind. Benutzen Sie dazu wieder die Formel (5) vom letzten Übungsblatt 10. Dabei ist

$$d \;:=\; \frac{\log\frac{S_0}{K} + (r - \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}$$

und die Funktion N ist die kummulierte Verteilungsfunktion der Standard-Normalverteilung,

$$N(x) \;:=\; \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{y^2}{2}}\, \frac{dy}{\sqrt{2\pi}}\;.$$