

**9. Übungsblatt zur Vorlesung
Lineare Algebra für AP/UT/iING und MB**

Aufgabe 1) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Berechnen Sie die Determinante $\det A$.
- b) Berechnen Sie die inverse Matrix A^{-1} mit Hilfe der Formel (4.36) oder (4.42) aus dem week9.pdf.

Aufgabe 2) Berechnen Sie die folgenden Determinanten:

$$\text{a) } \det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \end{pmatrix} \quad \text{c) } \det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3) Überprüfen Sie die Resultate aus Aufgabe 1 und 2 numerisch mit Hilfe einer beliebigen Software Ihrer Wahl.

Aufgabe 4) Gegeben sei eine $n \times n$ Matrix $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$, die wir in 4 Blöcke, einen $k \times k$ Block $A \in \mathbb{R}^{k \times k}$, einen $k \times (n-k)$ Block $B \in \mathbb{R}^{k \times (n-k)}$, einen $(n-k) \times k$ Block $C \in \mathbb{R}^{(n-k) \times k}$ und einen $(n-k) \times (n-k)$ Block $D \in \mathbb{R}^{(n-k) \times (n-k)}$ zerlegen wollen,

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

Dann gelten die folgenden Formeln zur Berechnung von $\det M$:

$$\det M = \det A \cdot \det[D - CA^{-1}B] \quad (1)$$

$$\det M = \det D \cdot \det[A - BD^{-1}C] \quad (2)$$

falls die Matrizen A und/oder D invertierbar sind.

- a) Überprüfen Sie die Formel (1) am Beispiel der Determinante aus Aufgabe 2a für den Fall $k = n - k = 2$.

- b) Überprüfen Sie die Formel (1) am Beispiel der Determinante aus Aufgabe 2b für den Fall $k = 1$ und $n - k = 3$.
- c) Wie lauten die Formeln (1) und (2) für den Spezialfall $B = 0$? Dabei steht die 0 hier für eine $k \times (n - k)$ Matrix mit lauter Nullen.
- d) Wie lauten die Formeln (1) und (2) für den Spezialfall $C = 0$? Dabei steht die 0 hier für eine $(n - k) \times k$ Matrix mit lauter Nullen.

Farbcodierung Aufgaben:	
rote Aufgaben	notwendig zum Bestehen der Klausur
blaue Aufgaben	nur wenn Sie ein 'sehr gut' haben wollen
grüne Aufgaben	zur Vertiefung, nicht klausurrelevant