Hochschule RheinMain SS 2026
Prof. Dr. D. Lehmann

2. Übungsblatt zur Vorlesung
Lineare Algebra für AP/UT/iING und MB

Aufgabe 1) **a)** Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $r\,e^{i\varphi}$:

$$z_1 = i\,, \quad z_2 = -1\,, \quad z_3 = i-1\,, \quad z_4 = -i-1\,, \quad z_5 = \sqrt{3}-i\,, \quad z_6 = -\sqrt{3}-i$$

b) Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $x+iy$:

$$w_1 = e^{-i\frac{\pi}{2}}\,, \quad w_2 = e^{i\frac{3\pi}{2}}\,, \quad w_3 = 4\,e^{-i\pi}\,, \quad w_4 = \sqrt{8}\,e^{i\frac{7\pi}{4}}$$

Aufgabe 2) Es seien a, b beliebige reelle Zahlen und

$$z_1 = a+b\,i\,, \quad z_2 = b+a\,i\,, \quad z_3 = a-b\,i = \bar{z}_1\,, \quad z_4 = b-a\,i = \bar{z}_2$$

Schreiben Sie die folgenden Ausdrücke sowohl in der kartesischen Form $x+iy$ als auch in der Polar-Form $r\,e^{i\varphi}$:

a) $z_1 \cdot z_2$

b) $z_1 + z_2$

c) $\dfrac{z_1}{z_4}$

d) $z_1 \cdot z_3$

Aufgabe 3) Wir wollen die Potenzreihenentwicklungen für sin, cos und exp numerisch überprüfen. Dazu seien

$$e_n(x) := \sum_{j=0}^{n} \tfrac{x^j}{j!} = 1 + x + \tfrac{x^2}{2!} + \tfrac{x^3}{3!} + \cdots + \tfrac{x^n}{n!}$$

$$s_n(x) := \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \tfrac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} = x - \tfrac{x^3}{3!} + \tfrac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^n \tfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$c_n(x) := \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \tfrac{x^{2k}}{(2k)!} = 1 - \tfrac{x^2}{2!} + \tfrac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n \tfrac{x^{2n}}{(2n)!}$$

so dass also gilt

$$\lim_{n\to\infty} \begin{cases} e_n(x) \\ s_n(x) \\ c_n(x) \end{cases} = \begin{cases} e^x \\ \sin x \\ \cos x \end{cases}$$

a) Plotten Sie mit einer geeigneten Software Ihrer Wahl die Funktionen $e_n(x)$ und e^x in einem (x,y)-Diagramm für die Werte von $n = 1, 2, ..., 10$. Wählen Sie etwa $x \in [-2, +2]$.

b) Plotten Sie mit einer geeigneten Software Ihrer Wahl die Funktionen $s_n(x)$ und $\sin x$ in einem (x,y)-Diagramm für die Werte von $n = 1, 2, ..., 10$. Wählen Sie etwa $x \in [-2\pi, +2\pi]$ und $y \in [-2, +2]$.

c) Plotten Sie mit einer geeigneten Software Ihrer Wahl die Funktionen $c_n(x)$ und $\cos x$ in einem (x,y)-Diagramm für die Werte von $n = 1, 2, ..., 10$. Wählen Sie etwa $x \in [-2\pi, +2\pi]$ und $y \in [-2, +2]$.

Farbcodierung Aufgaben:	
rote Aufgaben	notwendig zum Bestehen der Klausur
blaue Aufgaben	nur wenn Sie ein ‘sehr gut’ haben wollen
grüne Aufgaben	zur Vertiefung, nicht klausurrelevant