

11. Übungsblatt zur Vorlesung Lineare Algebra für AP/UT/iING und MB

Aufgabe 1) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Bestimmen Sie die zwei reellen Eigenwerte λ_1 und λ_2 von A .
- b) Geben Sie zwei zugehörige Eigenvektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ an.

Aufgabe 2) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Bestimmen Sie die zwei komplexen Eigenwerte λ_1 und λ_2 von A .
- b) Geben Sie zwei zugehörige Eigenvektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ an.

Aufgabe 3) Verifizieren Sie für die Matrizen A aus Aufgabe 1 und 2 die Identität

$$A = V D V^{-1}$$

wobei in den Spalten von V die Eigenvektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ stehen und D gegeben ist durch

$$D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie dazu zunächst das V^{-1} (etwa mit der Formel aus Aufg.3 vom Ü-Blatt 8) und tun Sie dann das Matrixprodukt $V D V^{-1}$ konkret ausrechnen.

Aufgabe 4) Es sei a ein reeller Parameter. Zeigen Sie: Die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

sind für $a \neq 0$ nicht diagonalisierbar. Bestimmen Sie dazu alle (reellen oder komplexen) Eigenwerte und Eigenvektoren.

Aufgabe 5) Überprüfen Sie die Resultate aus Aufgabe 1,2 und 3 numerisch mit Hilfe einer beliebigen Software Ihrer Wahl.

Farbcodierung Aufgaben:	
rote Aufgaben	notwendig zum Bestehen der Klausur
blaue Aufgaben	nur wenn Sie ein 'sehr gut' haben wollen
grüne Aufgaben	zur Vertiefung, nicht klausurrelevant