

**10. Übungsblatt zur Vorlesung
Lineare Algebra für AP/UT/iING und MB**

Aufgabe 1) Wir betrachten das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 - x_3 &= a \\ -x_1 + x_2 - x_3 &= b \\ -x_1 - x_2 + x_3 &= c\end{aligned}$$

wobei die a, b, c gegebene reelle Parameter sind.

- a) Lösen Sie das Gleichungssystem mit Hilfe der Cramerschen Regel. Vereinfachen Sie Ihr Resultat soweit wie möglich.
- b) Lösen Sie das Gleichungssystem mit Hilfe des Gauss-Algorithmus.
- c) Berechnen Sie das Inverse der Koeffizientenmatrix mit Hilfe des Gauss-Algorithmus.

Aufgabe 2) Lösen Sie das folgende Gleichungssystem mit dem Gauss-Algorithmus:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 1 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 4 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 &= 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 &= 4\end{aligned}$$

Aufgabe 3) Es sei A die Koeffizientenmatrix des linearen Systems aus Aufgabe 2,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die inverse Matrix A^{-1} mit Hilfe des Gauss-Algorithmus.

Aufgabe 4) Wir betrachten das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 &= 1 \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 &= c \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 7x_4 &= d\end{aligned}$$

wobei c und d gegebene Parameter sind. Für welche Parameterwerte von c und d ist das Gleichungssystem lösbar und für welche ist es nicht lösbar? Geben Sie im Falle der Lösbarkeit alle Lösungen für $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ an.

Aufgabe 5) Überprüfen Sie die Resultate aus Aufgabe 2 und 3 numerisch mit Hilfe einer beliebigen Software Ihrer Wahl.

Farbcodierung Aufgaben:	
rote Aufgaben	notwendig zum Bestehen der Klausur
blaue Aufgaben	nur wenn Sie ein 'sehr gut' haben wollen
grüne Aufgaben	zur Vertiefung, nicht klausurrelevant