

11. Übungsblatt zur Vorlesung Datenanalyse mit R

Aufgabe 1: Laden Sie sich wieder für den S&P500 und für die General Electric Company die Zeitreihendaten SPX.txt und GE.txt von der Vorlesungshomepage herunter. Calibrieren Sie dann ein ARCH(d)-Modell

$$S(t_k) = S(t_{k-1}) \times [1 + \text{vol}(t_{k-1}) \phi_k]$$

mit Vol-Spezifikation ($0 \leq w_0 \leq 1$)

$$\text{vol}^2(t_k) = w_0 \text{bsvol}^2 + (1 - w_0) \frac{1}{d} [\text{ret}^2(t_k) + \text{ret}^2(t_{k-1}) + \dots + \text{ret}^2(t_{k-d+1})]$$

an diese Daten. Das heisst, bestimmen Sie diejenigen Parameter

$$(\text{bsvol}, w_0, d)$$

die am besten, im Sinne der Maximum-Likelihood Methode, zu den jeweiligen Zeitreihendaten passen. Dabei können Sie zunächst den Parameter bsvol mit der konstanten realisierten Volatilität der gesamten Zeitreihe identifizieren, also

$$\text{bsvol} := \text{realisierte Volatilität} = \text{sd}(\text{ret})$$

setzen, so dass die log-Likelihood Funktion

$$\log \tilde{L} = \log \tilde{L}(\text{bsvol}, w_0, d)$$

nur noch eine Funktion von den 2 Variablen w_0 und d ist. Bestimmen Sie dann die Stelle für das Maximum $(w_0^{\max}, d^{\max})$ in der (w_0, d) - Ebene graphisch, indem Sie sich die Höhenlinien der Funktion anschauen, so wie wir das in der Vorlesung gemacht haben. Betrachten Sie schliesslich

$$\log \tilde{L} = \log \tilde{L}(\text{bsvol}, w_0^{\max}, d^{\max}) = \log \tilde{L}(\text{bsvol})$$

als Funktion von bsvol, und verifizieren Sie, dass sich der Wert von $\log \tilde{L}$ nicht mehr signifikant erhöhen lässt.

Zum Bearbeiten dieser Aufgabe müssen Sie keinen neuen Code schreiben, sondern Sie können die Code-Fragmente aus dem `week11.txt` verwenden.