

**Probe-Klausur zur Vorlesung
Datenanalyse mit R**

Nachname:							
Vorname:							
Matrikelnummer:						Note:	
Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	Summe:
Punkte:	12	15	15	18	10	10	80
erreicht:							

Formaler Hinweis: Schreiben Sie Ihren Code in eine `.txt` oder `.R` Datei

`Nachname-Vorname.txt` oder `Nachname-Vorname.R`

welche Sie etwa auf dem Desktop Ihres Computers abspeichern können. Transferieren Sie diese Datei dann am Ende der Klausur auf den **an Ihrem Platz ausliegenden USB-Stick** und geben Sie diesen USB-Stick dann ab. Es wird nur das bewertet, was sich auf dem USB-Stick befindet, also stellen Sie sicher, dass auch wirklich alles drauf ist und dass das File Ihren Namen trägt¹.

Bitte geben Sie Ihre elektronischen Kommunikationsgeräte vorne ab. Wenn während der Klausur etwa ein Mobil-Telefon benutzt wird, muss die Klausur als **nicht bestanden** gewertet werden.

1.Aufgabe (12 Punkte): Legen Sie folgende Vektoren in R an:

- a) $\vec{v}_1 = (0, \Delta x, 2\Delta x, \dots, 100\Delta x) \in \mathbb{R}^{101}$ mit $\Delta x := 2\pi/100$.
- b) $\vec{v}_2 = (1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, \dots, 1, 2, 3) \in \mathbb{R}^{300}$.
- c) $\vec{z} = (e^{i\frac{2\pi}{100}k})_{k=1,2,\dots,100} \in \mathbb{C}^{100}$.

..bitte wenden

¹bitte melden Sie sich, falls es ein Problem geben sollte, die Aufsicht wird Ihnen dann helfen

2.Aufgabe (15 Punkte): Legen Sie folgende Matrizen im $\mathbb{R}^{9 \times 9}$ an,

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \ddots & & 0 \\ 0 & -1 & 2 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -1 & 0 \\ 0 & & & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & \ddots & & 0 \\ 0 & -1 & 2 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -1 & 0 \\ 0 & & & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

und führen Sie folgende Berechnungen durch:

- Berechnen Sie die Eigenwerte von A und B .
- Berechnen Sie die Determinanten von A und B .
- Berechnen Sie die inversen Matrizen A^{-1} und B^{-1} , falls sie existieren.
- Berechnen Sie die Eigenvektoren der Matrix A und speichern Sie sie in einer Matrix V .
- Zeigen Sie durch explizite Rechnung in R, dass die Matrix V eine orthogonale Matrix ist, d.h. es gilt $V^T = V^{-1}$.
- Zeigen Sie durch explizite Rechnung in R, dass die Matrix A mit Hilfe der Matrix V tatsächlich diagonalisiert werden kann, d.h., die Matrix $V^{-1}AV$ ist diagonal (oder das Produkt VAV^{-1} ist diagonal). Speichern Sie die Hauptdiagonalelemente Ihrer berechneten Diagonalmatrix in einen Vektor $\vec{d} \in \mathbb{R}^9$ und checken Sie, dass die Einträge von $\vec{d}$ mit den Eigenwerten von A identisch sind.

3.Aufgabe (15 Punkte): (Üblatt4, Aufg.1) Wir betrachten die Differentialgleichung für eine erzwungene harmonische Schwingung gegeben durch

$$\ddot{x}_t + \varepsilon^2 x_t = a_0 \sin \omega t \quad (1)$$

zu den Anfangsbedingungen

$$\begin{aligned} x_{t=0} &= x_0 \\ \dot{x}_{t=0} &= 0 \end{aligned}$$

Die exakte, theoretische Lösung ist dann gegeben durch

$$x_t = x_0 \cos \varepsilon t + \frac{a_0}{\varepsilon^2 - \omega^2} \left\{ \sin \omega t - \frac{\omega}{\varepsilon} \sin \varepsilon t \right\} \quad (2)$$

- Plotten Sie die exakte, theoretische Lösung auf dem Intervall $[0, T]$ zu den folgenden Parameterwerten:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 2 \\ \omega &= 2.1 \\ x_0 &= 1 \\ a_0 &= 0.5 \\ T &= 200 \end{aligned}$$

- b) Lösen Sie die Differentialgleichung (1) numerisch, indem Sie sie in ein System von 2 DGLs erster Ordnung umschreiben. Plotten Sie die numerische Lösung und die exakte, theoretische Lösung in demselben Plotfenster, die exakte Lösung in rot. Wählen Sie den Wert $dt = 0.0001$ für die Zeitdiskretisierung.

4.Aufgabe (18 Punkte): Laden Sie sich von der VL-homepage das file `MSFT.csv` herunter, dies enthält eine historische Zeitreihe der Microsoft Aktie². Führen Sie dann folgende Berechnungen durch:

- a) Importieren Sie die Daten nach R und speichern Sie sie in einem Dataframe `msft`.
- b) Speichern Sie die Daten der `Adj.Close` Spalte in einem Vektor `S` und plotten Sie `S`. Dabei sollen die Daten ‘von alt nach neu’ geordnet sein, also `S[1]` ist dann der älteste Preis, nicht der neueste.
- c) Berechnen Sie die Returns definiert durch

$$\text{ret}(t_k) := \frac{S(t_k) - S(t_{k-1})}{S(t_{k-1})}$$

und speichern Sie sie in dem Vektor `ret`. Berechnen Sie den Mittelwert μ_{ret} und die Standardabweichung σ_{ret} , indem Sie geeignete R-Funktionen benutzen. Erstellen Sie dann ein Histogramm der normierten Returns

$$\text{normret}(t_k) := \frac{\text{ret}(t_k) - \mu_{\text{ret}}}{\sigma_{\text{ret}}}$$

und vergleichen Sie das Histogramm mit der Standardnormalverteilung, in einem Diagramm.

- d) Wie gross ist der maximale und der minimale Return? Finden Sie die Tage, an denen sich diese Returns realisiert haben.
- e) An wie vielen Tagen war der Return grösser als 5% und an wieviel Tagen war der Return kleiner als -5%?

5.Aufgabe (10 Punkte): Schreiben Sie eine Funktion

`PlotBlackScholesPath( mu , sigma , N=1000 )`

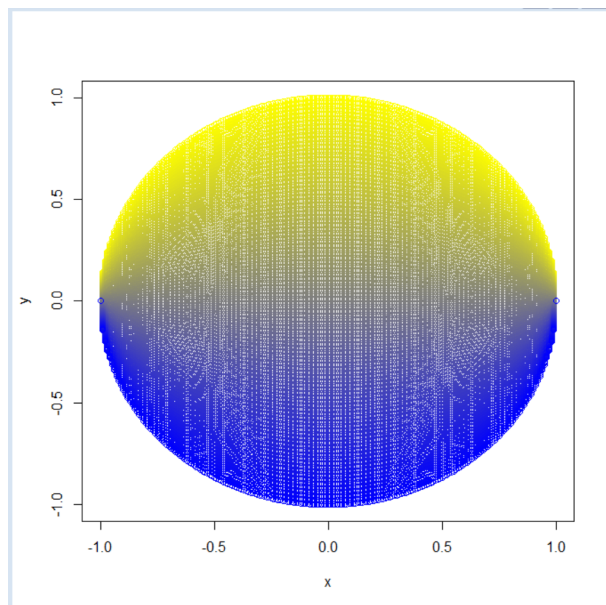
welche zu vorgegebenen Werten von μ und σ und einer vorgegebenen Zeitreihenlänge von N Tagen einen Aktienpreispfad mit der Dynamik

$$S(t_k) = S(t_{k-1}) \{ 1 + \mu \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} \phi_k \}, \quad k = 1, 2, \dots, N$$

simuliert und plottet. Dabei sei $\Delta t = 1/250$ und $t_k = k\Delta t$ für $k = 0, 1, 2, \dots, N$. Weiter sei $S_0 = 100$. Die ϕ_k sind standard-normalverteilte Zufallszahlen. Beim Aufruf der Funktion soll nur das Plotfenster mit dem Preispfad gezeigt werden, es müssen keine numerischen Werte zurückgegeben werden.

²in der Klausur liegt ein USB-Stick an Ihrem Platz, auf dem sich dann gegebenenfalls Daten befinden

6.Aufgabe (10 Punkte): Schreiben Sie Code, der im wesentlichen das folgende Bild generiert:



Also es soll so ein bisschen Murmel-mässig aussehen und von gelb nach blau gehen, das muss jetzt nicht exakt genau so aussehen..:))