



Hochschule **RheinMain**
University of Applied Sciences
Wiesbaden Rüsselsheim

Die Grundidee der Optionspreisbewertung

Grundidee der Optionspreisbewertung



Hochschule RheinMain
University of Applied Sciences
Wiesbaden Rüsselsheim

- Was ist ein **Derivat** oder eine **Option** ?
- Eine **Option** hat zunächst einmal ein Underlying oder ein Basiswert.
Das muss ein liquide handelbares Asset sein, etwa eine Aktie, ein Rohstoff wie Öl, Gold oder Silber oder ein Währungswechselkurs
(..keine Immobilienkredite..)
- Dementsprechend hat man dann eine Aktien-Option, eine Rohstoff-Option oder eine Währungs-Option
(..also kein Kredit-Derivat..)
- Dann hat eine Option eine feste Laufzeit T , etwa 1 Monat, 1 Jahr, 5 Jahre oder auch noch länger.

Grundidee der Optionspreisbewertung



Hochschule RheinMain
University of Applied Sciences
Wiesbaden Rüsselsheim

- Es bezeichne S_T den Wert des Underlyings zur Zeit T . Das ist also in der Zukunft und das S_T ist jetzt noch nicht bekannt.
- Dann, rein mathematisch gesprochen: Eine **Option** auf einen Basiswert S_t mit Fälligkeitsdatum T ist

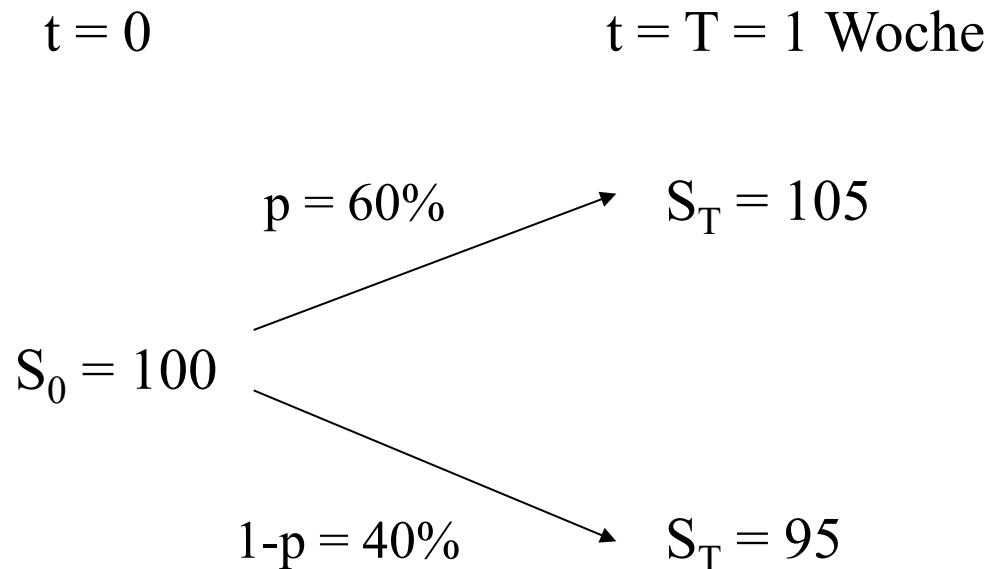
eine beliebige Auszahlungs-Funktion $H(S_T)$.

Der Käufer der Option H bekommt bei Fälligkeit $t = T$ den Betrag $H(S_T)$ vom Optionsverkäufer ausbezahlt.



Ein einfaches Beispiel:

- Wir betrachten eine Aktie mit einem Zeithorizont von 1 Woche:



- Das ist ein Beispiel für ein Ein-Perioden Binomialmodell.



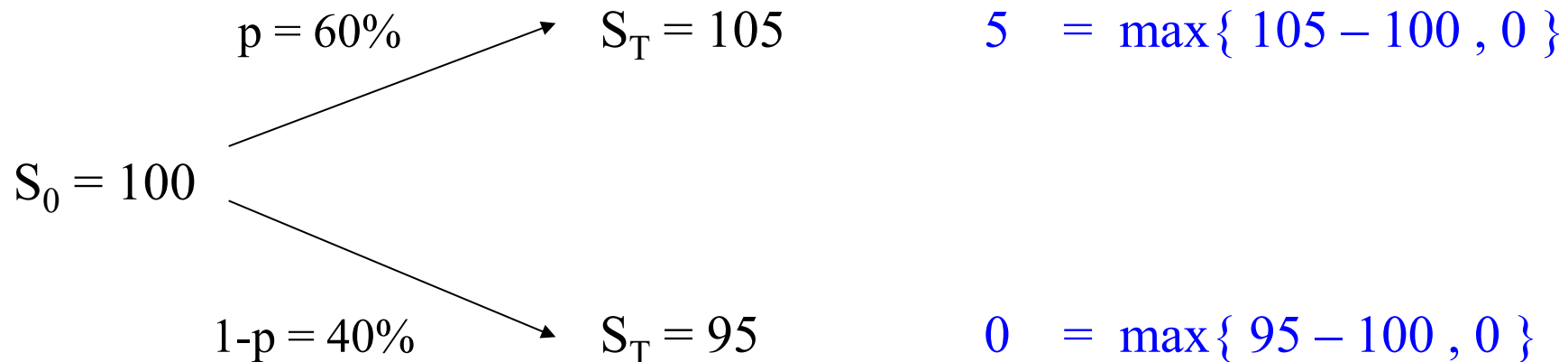
Ein einfaches Beispiel:

- Standard-Kauf-Option: $H(S_T) := \max\{S_T - S_0, 0\}$

$t = 0$

$t = T = 1$ Woche

Auszahlung der Option:





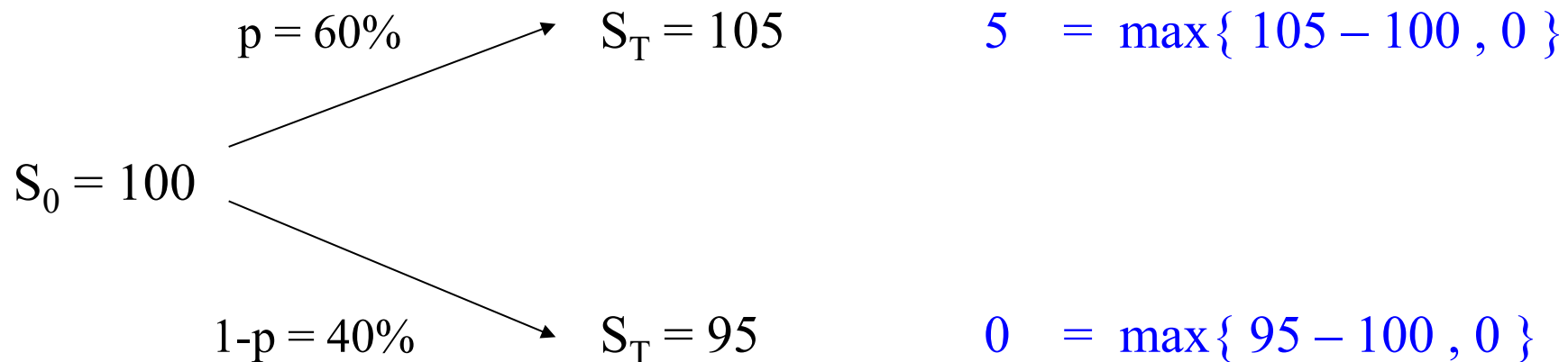
Ein einfaches Beispiel:

- Standard-Kauf-Option: $H(S_T) := \max\{S_T - S_0, 0\}$

$t = 0$

$t = T = 1$ Woche

Auszahlung der Option:



- FRAGE: Was würden Sie dafür bei $t = 0$ bezahlen?



Ein einfaches Beispiel:

- Man könnte meinen:

$$\text{Optionspreis} = 60\% * 5 \text{ Euro} + 40\% * 0 \text{ Euro} = 3 \text{ Euro} .$$

- Das ist falsch, wie wir gleich sehen werden. Nehmen wir an, das wäre richtig. Es könnte folgendes passieren:

Ein grosser Investor möchte 1 Million von diesen Optionen bei einer Bank kaufen. Die Bank bekäme also bei $t = 0$ den Betrag 3 Millionen Euro.

Die Zeit von 1 Woche vergeht und das Underlying ist entweder gestiegen oder gefallen.



Ein einfaches Beispiel:

- Ist das Underlying gefallen, müsste die Bank nichts an den Investor zahlen und hätte auf einen Schlag 3 Mio Gewinn gemacht.
- Ist das Underlying jedoch gestiegen, müsste die Bank 5 Mio an den Investor zahlen und hätte auf einen Schlag 2 Mio Verlust gemacht.
- Derartige Risiken wollen Banken nicht eingehen. Sondern, ähnlich wie ein Autohändler, möchte eine Bank ein paar Prozent Gewinn pro verkaufter Option machen, egal, ob das der Option zu Grunde liegende Underlying steigt, fällt oder neutral bleibt.
- Mit anderen Worten, eine Bank kann nicht statistisch argumentieren wie eine Versicherung, die etwa 1000 Lebensversicherungen verkauft, und wenn dann mal jemand 95 wird und die Versicherung viel bezahlen muss, dann gibt es eben auch immer ein paar Leute, die schon mit 55 oder 65 gestorben sind, und on average passt das dann schon.



Ein einfaches Beispiel:

- Also: Egal, ob das Underlying steigt, fällt, oder neutral bleibt, die Bank möchte ein paar Prozent Gewinn machen bei jeder verkauften Option, nicht nur on average, wie funktioniert das?

- Das geht jetzt mit Finanzmathematik:

Theorem: Jede Options-Auszahlung $H(S_T)$ kann durch eine geeignete Handelsstrategie in dem Underlying S_t repliziert werden.

- Konkret in diesem Beispiel geht das so:



Ein einfaches Beispiel:

- Als Optionspreis muss die Bank nur 2,50 Euro verlangen (also keine 3 Euro).
- Dann muss die Bank bei $t = 0$ eine halbe Aktie kaufen.
- Bei Fälligkeit der Option bei $t = T = 1$ Woche muss die Bank diese halbe Aktie dann wieder verkaufen:

$$\begin{aligned}\text{BankPortfolio_heute} &= 2,50 = 2,50 - 50 + 50 \\ &= -47,50(\text{cash}) + \text{halbe Aktie}\end{aligned}$$

$$105/2 = -47,50 + 52,50 = 5 \text{ Euro}$$

$$\text{BankPortfolio_1Woche} = -47,50(\text{cash}) +$$

$$95/2 = -47,50 + 47,50 = 0 \text{ Euro}$$

Also:

$$\text{BankPortfolio_1Woche} = \text{option_payoff}$$



Ein einfaches Beispiel:

- Also: Mit der Handelsstrategie “**Kaufe eine halbe Aktie**” ist die Bank in der Lage, den **option payoff exakt zu replizieren**.
- Der **faire Preis einer Option** ist dann das Geld, das man braucht, um eine replizierende Strategie aufsetzen zu können.
- In dem Beispiel wären das also nur **2,50 Euro**.
- Der tatsächliche Preis einer Option ist dann vielleicht 2,70 Euro oder 2,65 Euro oder 2,60 Euro...