

8. Übungsblatt zur Vorlesung Finanzmathematik II

1.Aufgabe: Berechnen Sie mit einem Taschenrechner und der Tabelle für die $N(x)$ -Funktion den Black-Scholes Preis eines Down-and-Out Barrier Calls mit folgenden Parametern:

$$\begin{aligned}\text{Laufzeit } T &= 1 \text{ Jahr} \\ \text{aktueller Preis des Underlyings } S_0 &= 100 \\ \text{Barriere } B &= 80 \\ \text{Strike } K &= 100 \\ \text{Zinsen } r &= 0 \\ \text{Volatilität } \sigma &= 30\%\end{aligned}$$

Um wieviel tut das Vorhandensein der Barriere den Preis verbilligen im Vergleich zu einem Standard-Call?

2.Aufgabe: Eine Down-and-Out Barrier Call-Option mit Strike = Barrier, $K = B$, ist ein häufig von Banken vertriebenes Produkt. Während viele Optionen bei den meisten Anbietern denselben Namen haben, so gibt es für dieses Produkt bei unterschiedlichen Anbietern auch unterschiedliche Namen¹. Der Payoff ist also gegeben durch

$$H(\{S_t\}_{0 \leq t \leq T}) = \max\{S_T - K, 0\} \times \chi\left(\min_{t \in [0, T]} S_t > B\right) \quad \text{mit } K = B$$

Nehmen Sie an, dass die Preisdynamik des Underlyings durch das Black-Scholes Modell gegeben ist,

$$dS_t/S_t = \mu dt + \sigma dx_t$$

und nehmen Sie weiterhin an, dass die Zinsen Null sind, $r = 0$. Es sei V_t der Zeit- t Preis dieser Option im Black-Scholes Modell. Zeigen Sie mit Hilfe der analytischen Preis-Formel aus dem Theorem 8.1:

$$V_t = \begin{cases} S_t - K & \text{falls } \min_{u \in [0, t]} S_u > B = K \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Wie lautet also die Replikationsstrategie für diesen Payoff? Erinnern Sie sich dazu an das Black-Scholes Delta gegeben durch $\delta_t = \partial V_t / \partial S_t$.

¹bei der HVB/UniCredit, www.onemarkets.de, wird diese Option als “Turbo-Bull” bezeichnet, während etwa bei der Deutschen Bank, www.xmarkets.db.com/DE, dieses Produkt als “Wave” bezeichnet wird.