

7. Übungsblatt zur Vorlesung Finanzmathematik II

1.Aufgabe: Es sei $\{x_t\}_{t \geq 0}$ eine Brownsche Bewegung. Berechnen Sie folgende Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe des Theorems 7.1:

- a) $P[x_T \leq 1 \wedge \max_{t \in [0, T]} x_t \leq 2]$ für $T = 1$.
- b) $P[x_T \leq 1 \wedge \max_{t \in [0, T]} x_t \leq 2]$ für $T = 100$.
- c) $P[x_T \geq -3 \wedge \min_{t \in [0, T]} x_t \geq -6]$ für $T = 9$.

2.Aufgabe: Es sei $\{x_t\}_{0 \leq t \leq T}$ eine Brownsche Bewegung. Beweisen Sie die folgende Formel:

$$\text{Prob}[x_T \geq a] = 1 - N(a/\sqrt{T})$$

mit der Funktion $N(x) := \int_{-\infty}^x e^{-y^2/2} dy / \sqrt{2\pi}$. Benutzen Sie dazu das Theorem 6.1 aus dem week6.pdf und wenden Sie die allgemeine Formel (2) aus dem Loesung6.pdf an.

3.Aufgabe: Es sei $b \geq 0$ eine positive reelle Zahl und $\{x_t\}_{0 \leq t \leq T}$ eine Brownsche Bewegung. In dem Theorem 7.1 haben wir die folgende Formel bewiesen:

$$\text{Prob}\left[\max_{0 \leq t \leq T} x_t \leq b\right] = 2N(b/\sqrt{T}) - 1$$

Überprüfen Sie diese Formel durch eine geeignete Monte Carlo Simulation in Excel/VBA.

4.Aufgabe: Es seien $a, b \geq 0$ positive reelle Zahlen und es gelte $a \leq b$. In dem Theorem 7.1 haben wir die folgende Formel bewiesen (das $\wedge$ ist ein logisches Und):

$$\text{Prob}\left[x_T \leq a \wedge \max_{0 \leq t \leq T} x_t \leq b\right] = N(a/\sqrt{T}) + N((2b-a)/\sqrt{T}) - 1$$

mit $\{x_t\}_{0 \leq t \leq T}$ eine Brownsche Bewegung. Überprüfen Sie diese Formel durch eine geeignete Monte Carlo Simulation in Excel/VBA.