

5. Übungsblatt zur Vorlesung Finanzmathematik II

Aufgabe 1) Überprüfen Sie für die Werte von, sagen wir, $n \in \{2, 3, 4, 5\}$ die Formel

$$\int_{[0,1]^n} \chi(0 \leq x_1 + \dots + x_n \leq 1) d^n x = \frac{1}{n!}$$

mit Hilfe einer Monte Carlo Simulation, indem Sie gleichverteilte Zufallszahlen verwenden. Die χ -Funktion oder Indikator-Funktion ist wie üblich definiert durch

$$\chi(A) = \begin{cases} 1 & \text{falls } A = \text{true} \\ 0 & \text{falls } A = \text{false} . \end{cases}$$

Mit den Notationen und Definitionen von dem **week4a.pdf**, was genau ist F und was ist die Wahrscheinlichkeitsdichte p ? Berechnen Sie dann das Integral in Excel/VBA.

Aufgabe 2) Berechnen Sie die folgenden Integrale numerisch mit einer Monte Carlo Simulation:

a) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\phi} e^{-\frac{\phi^2}{2}} \frac{d\phi}{\sqrt{2\pi}}$

b) $\int_{-\infty}^{\infty} (1 + x + x^2) e^{-\frac{x^2}{2}} dx$

c) $\int_{-1}^1 (1 + x + x^2) e^{-\frac{x^2}{2}} dx$

d) $\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \chi(x^2 + y^2 < 1) e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} dx dy$

Überprüfen Sie dann Ihr Monte Carlo Resultat, indem Sie für jedes Integral auch das exakte analytische Resultat angeben und dieses dann numerisch berechnen. In Teil (c) kann man das exakte analytische Resultat nur mit Hilfe der Funktion $N(x) := \int_{-\infty}^x e^{-y^2/2} dy / \sqrt{2\pi}$ ausdrücken.