

2. Übungsblatt zur Vorlesung Finanzmathematik II (Auffrischung Finanzmathematik I)

1. Aufgabe: Wir betrachten ein 3-Perioden Binomialmodell mit Preisprozess

$$S_k = S_{k-1} \times (1 + \text{ret}_k)$$

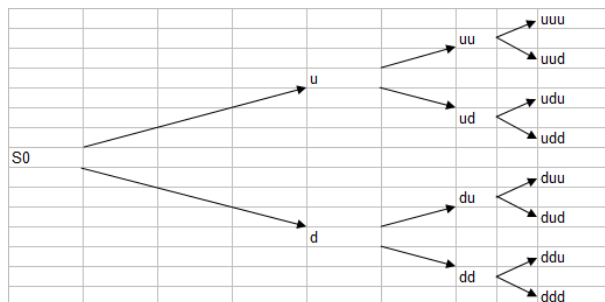
mit Returns gegeben durch

$$\begin{aligned} \text{ret}_{\text{up}} &= +20\% \\ \text{ret}_{\text{down}} &= -20\% \end{aligned}$$

für $k = 0, 1, 2, 3$ und nehmen an, dass die Zinsen Null sind, $r = 0$. Es sei $S_0 = 100$. Wir betrachten eine pfadabhängige oder exotische Option mit Auszahlung

$$H(\{S_k\}) = S_0 - \min_{k \in \{0,1,2,3\}} S_k .$$

- a) Berechnen Sie den Preis V_0 dieser Option. Betrachten Sie dazu die folgende Baum-Struktur:



n -Perioden Binär-Baum mit 2^n Endpunkten, $n = 3$

Berechnen Sie dann die V_k an allen Knotenpunkten mit Hilfe der Rekursionsformel aus dem week1b.pdf .

- b) Berechnen Sie für jeden Knotenpunkt die δ 's, die Anzahl der Stücke vom Underlying, die man halten muss, damit man die Optionsauszahlung H replizieren kann.
- c) Betrachten Sie jetzt die folgenden 2 Preis-Pfade:

$$\text{Pfad}_1 := \{\text{up}, \text{down}, \text{down}\}$$

$$\text{Pfad}_2 := \{\text{down}, \text{down}, \text{up}\}$$

Zeigen Sie explizit für diese beiden Pfade, dass die replizierende Strategie definiert durch die δ 's aus Teil (b) tatsächlich die Optionsauszahlung H replizieren tut. Benutzen Sie dazu die Formel

$$V_N = V_0 + \sum_{k=1}^N \delta_{k-1} (S_k - S_{k-1})$$

vom Übungsblatt 1.