

12. Übungsblatt zur Vorlesung Dynamik der Teilchen und Felder

1. Aufgabe: Wir betrachten einen 1-dimensionalen harmonischen Oszillator mit potentieller Energie

$$V(x) = \frac{m\omega^2}{2} x^2$$

und Lagrange-Funktion

$$L(x, \dot{x}) = \frac{m}{2} \{ \dot{x}^2 - \omega^2 x^2 \}$$

a) Zeigen Sie, dass die klassische Wirkung durch

$$S(x_0, x_t, t) = \frac{m\omega}{2 \sin \omega t} \left\{ [x_0^2 + x_t^2] \cos \omega t - 2x_0 x_t \right\}$$

gegeben ist.

b) Bestimmen Sie den (verallgemeinerten) Impuls p_t und geben Sie die Hamilton-Funktion $H = H(x, p)$ an.

c) Zeigen Sie durch explizite Rechnung, dass die Identität

$$\frac{\partial S}{\partial x_t} = p_t$$

erfüllt ist.

d) Zeigen Sie durch explizite Rechnung, dass die Hamilton-Jacobi-Gleichung

$$H + \frac{\partial S}{\partial t} = 0$$

erfüllt ist.