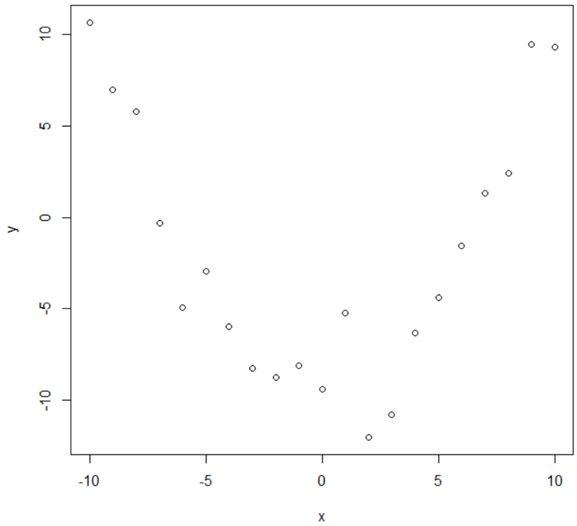
Hochschule RheinMain
Prof. Dr. D. Lehmann

WS 2022/23

2. Übungsblatt zur Vorlesung Ökonometrie

Aufgabe 1: Gegeben seien die Daten-Vektoren $x = (x_1, \cdots, x_n)$ und $y = (y_1, \cdots, y_n)$. Ein Plot der (x_i, y_i) sehe etwa folgendermassen aus:



Auf Grund des Bildes vermuten wir einen quadratischen Zusammenhang und machen deshalb den folgenden Ansatz:

$$y_i \;=\; \beta_1\, x_i^2 \,+\, \beta_0 \,+\, error/noise$$

Bestimmen Sie die Regressionskoeffizienten β_0 und β_1 mit Hilfe einer L^2-Regression oder mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate, das meint dasselbe.

Aufgabe 2: Wir wollen uns das Beispiel aus dem Bild von Aufgabe 1 in R anschauen:

a) Legen Sie die Vektoren $x = (-10, -9, \cdots, +9, +10)$ und $y = (y_1, \cdots, y_{21})$ mit

$$y_i \;=\; \tfrac{1}{5}\, x_i^2 \,-\, 10 \,+\, \varepsilon_i$$

in R an. Dabei seien die $(\varepsilon_1, \cdots, \varepsilon_{21})$ normalverteilte Zufallszahlen mit Mittelwert 0 und Standardabweichung 2. Machen Sie einen Plot wie in Aufgabe 1.

b) Legen Sie die benutzerdefinierte Funktion

$$f(\beta_0, \beta_1) \;:=\; \sum_{i=1}^{21} \big[\, y_i \,-\, (\beta_1 x_i^2 + \beta_0)\,\big]^2$$

in R an.

c) Legen Sie die folgenden Test-Betas an:

```
beta0  =  seq(-15,-5,by=0.01)
beta1  =  seq(-1,+1,by=0.002)
```

und evaluieren Sie dann das $f(\beta_0, \beta_1)$ für alle diese Betas. Speichern Sie das Resultat etwa in einer Matrix

```
z[i,j]  =  f(beta0[i],beta1[j])
```

d) Bestimmen Sie das Minimum von f und bestimmen Sie die (β_0, β_1), an denen das Minimum angenommen wird.

e) Machen Sie dann noch ein Bild mit den Höhenlinien von f. Experimentieren Sie ein bisschen mit den Parametern des `contour()`-Befehls oder vielleicht auch mit den Intervall-Grenzen für die Test-Betas, so dass Sie ein hübsches Bild bekommen.

f) Versuchen Sie jetzt noch, die (β_0, β_1) mit Hilfe des `lm()`-Befehls für die lineare Regression zu bestimmen. Also ohne das f, das Sie in Teil (b) angelegt haben.