# 12. Übungsblatt zur Vorlesung Ökonometrie

**Aufgabe 1:** Es seien $x_1, x_2, \cdots, x_n$ mit Mittelwert $\mu$ und Standardabweichung $\sigma$ normalverteilte Zufallszahlen. Im week6.pdf hatten wir gezeigt, dass wir das $\mu$ und das $\sigma^2$ erwartungstreu mit den Schätzern

$$\begin{aligned} \hat{\mu} &= \hat{\mu}(x_1, \cdots, x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i =: \bar{x} \\ \widehat{s^2} &= \widehat{s^2}(x_1, \cdots, x_n) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \end{aligned}$$

schätzen können. Ähnlich wie im Theorem 12.1 aus der heutigen Vorlesung betrachten wir nun die Testgrösse

$$\hat{T} = \hat{T}(x_1, \cdots, x_n) := \frac{\hat{\mu}(x_1, \cdots, x_n) - \mu}{\sqrt{\widehat{s^2}(x_1, \cdots, x_n)/n}}$$

Verifizieren Sie die folgende Aussage mit Hilfe einer geeigneten R-Simulation: Die Testgrösse $\hat{T}(x_1, \cdots, x_n)$ ist $t$-verteilt mit $n-1$ Freiheitsgraden, also ist $t_{n-1}$-verteilt.

**Aufgabe 2:** Von der Vorlesungshomepage können Sie sich Zahlen zur Weltbevölkerung herunterladen. Auf dem Excelsheet gibt es Daten für den Zeitraum 1950 - 2050, die Daten für die Jahre 2020-2050 sind Prognosen der Vereinten Nationen.

**a)** Importieren Sie die Daten nach R und plotten Sie die Weltbevölkerung wbev($t$) als Funktion von der Zeit.

**b)** Fitten Sie folgende Modelle (mit $t_0 = 1950$)

$$\begin{aligned} \text{wbev}(t) &= a_0 + a_1(t - t_0) + \text{error} \\ \text{wbev}(t) &= b_0 + b_1(t - t_0) + b_2(t - t_0)^2 + \text{error} \\ \text{wbev}(t) &= B_{t_0}\, e^{r(t-t_0)} + \text{error} \end{aligned}$$

an die Daten, d.h., berechnen Sie die Koeffizienten $a_0, a_1$ und $b_0, b_1, b_2$ und $B_{t_0}, r$ mit Hilfe einer linearen Regression. Benutzen Sie dazu die Daten für den Zeitraum von 1950 bis 2015.

**c)** Stellen Sie die wbev($t$)-Daten zusammen mit den Regression-Fits von allen drei Modellen in einem Diagramm dar, jetzt für den Zeitraum 1950 - 2050.