

11. Übungsblatt zur Vorlesung Datenanalyse mit R

Aufgabe 1: Für eine Zeitreihe von returns $\{\text{ret}(t_k)\}_{k=1}^N$ sind die d -Tages-Standardabweichungen oder die d -Tages-Volatilität definiert durch (für $k \geq d$)

$$\text{vol}(t_k) = \left\{ \frac{1}{d} \sum_{j=0}^{d-1} \text{ret}^2(t_{k-j}) \right\}^{1/2} \quad (1)$$

Die mit Abkling-Parameter $w \in (0, 1)$ exponentiell gewichtete Volatilität $\text{ewvol}(t_k)$ (exponentially weighted, ewvol) ist definiert durch (für $k \geq 1$)

$$\text{ewvol}(t_k) = \left\{ (1-w) \left[\text{ret}^2(t_k) + w \text{ret}^2(t_{k-1}) + w^2 \text{ret}^2(t_{k-2}) + \dots + w^{k-1} \text{ret}^2(t_1) \right] \right\}^{1/2} \quad (2)$$

Parametrisieren Sie dass w durch das d gemäss

$$w = w(d) := 1 - \frac{1}{d} \quad (3)$$

Laden Sie sich von der VL-homepage die SPX.txt und GE.txt Zeitreihendaten herunter und berechnen Sie die Volatilitätszeitreihen $\{\text{vol}(t_k)\}_{k=d}^N$ und $\{\text{ewvol}(t_k)\}_{k=1}^N$ für $d = 30$, $d = 60$ und $d = 120$. Erstellen Sie für jedes $d \in \{30, 60, 120\}$ ein Diagramm, in welchem die beiden Vol-Zeitreihen gleichzeitig dargestellt sind (also pro Underlying und pro d ein Diagramm).

Aufgabe 2: Die folgenden Formeln hatten wir in dem week11.txt verwendet, beweisen Sie sie mit Induktion:

- a) Gegeben seien die Folgen $\{v_k\}_{k=0}^N$ und $\{r_k\}_{k=1}^N$ und die Zahlen $\alpha, w \in \mathbb{R}$. Es gelte die folgende Rekursionsvorschrift

$$v_k = w v_{k-1} + \alpha r_k \quad \forall k = 1, \dots, N$$

Zeigen Sie: Dann gilt die folgende explizite Darstellung für die v_k :

$$v_k = w^k v_0 + \alpha [r_k + w r_{k-1} + \dots + w^{k-1} r_1]$$

- b) Gegeben seien die Folgen $\{v_k\}_{k=0}^N$ und $\{r_k\}_{k=1}^N$ und die Zahlen $\alpha, w, c \in \mathbb{R}$. Es gelte die folgende Rekursionsvorschrift

$$v_k = w v_{k-1} + \alpha r_k + c \quad \forall k = 1, \dots, N$$

Zeigen Sie: Dann gilt die folgende explizite Darstellung für die v_k :

$$v_k = w^k v_0 + \alpha [r_k + w r_{k-1} + \dots + w^{k-1} r_1] + c \frac{1 - w^k}{1 - w}$$

Offensichtlich folgt Teil (a) aus Teil (b) für $c = 0$.