Hochschule RheinMain WS 2022/23
Prof. Dr. D. Lehmann

10. Übungsblatt zur Vorlesung
Datenanalyse mit R

Aufgabe 1: Laden Sie sich wieder für den S&P500 und für die General Electric Company die Zeitreihendaten SPX.txt und GE.txt von der Vorlesungshomepage herunter. Calibrieren Sie dann ein ARCH(d)-Modell

$$S(t_k) \;=\; S(t_{k-1}) \times [1 + \mathrm{vol}(t_{k-1})\phi_k]$$

mit Vol-Spezifikation ($0 \leq w_0 \leq 1$)

$$\mathrm{vol}^2(t_k) \;=\; w_0\,\mathrm{bsvol}^2 \;+\; (1-w_0)\,\frac{1}{d}\left[\mathrm{ret}^2(t_k) + \mathrm{ret}^2(t_{k-1}) + \cdots + \mathrm{ret}^2(t_{k-d+1})\right]$$

an diese Daten. Das heisst, bestimmen Sie diejenigen Parameter

$$(\mathrm{bsvol}, w_0, d)$$

die am besten, im Sinne der Maximum-Likelihood Methode, zu den jeweiligen Zeitreihendaten passen. Dabei können Sie zunächst den Parameter bsvol mit der konstanten realisierten Volatilität der gesamten Zeitreihe identifizieren, also

$$\mathrm{bsvol} \;:=\; \text{realisierte Volatilität} \;=\; \texttt{sd(ret)}$$

setzen, so dass die log-Likelihood Funktion

$$\log\tilde{L} \;=\; \log\tilde{L}(\mathrm{bsvol}, w_0, d)$$

nur noch eine Funktion von den 2 Variablen w_0 und d ist. Bestimmen Sie dann die Stelle für das Maximum $(w_0^{\max}, d^{\max})$ in der (w_0, d) - Ebene graphisch, indem Sie sich die Höhenlinien der Funktion anschauen, so wie wir das in der Vorlesung gemacht haben. Betrachten Sie schliesslich

$$\log\tilde{L} \;=\; \log\tilde{L}(\mathrm{bsvol}, w_0^{\max}, d^{\max}) \;=\; \log\tilde{L}(\mathrm{bsvol})$$

als Funktion von bsvol, und verifizieren Sie, dass sich der Wert von $\log\tilde{L}$ nicht mehr signifikant erhöhen lässt.

Zum Bearbeiten dieser Aufgabe müssen Sie keinen neuen Code schreiben, sondern Sie können die Code-Fragmente aus dem `week10.txt` verwenden.