Hochschule RheinMain — WS 2022/23

Prof. Dr. D. Lehmann

Probe-Klausur zur Vorlesung
Datenanalyse mit R

Nachname:							
Vorname:							
Matrikelnummer:						Note:	
Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	Summe:
Punkte:	12	15	15	18	10	10	80
erreicht:							

Formaler Hinweis: Schreiben Sie Ihren Code in eine `.txt` oder `.R` Datei

`Nachname-Vorname.txt` oder `Nachname-Vorname.R`

welche Sie etwa auf dem Desktop Ihres Computers abspeichern können. Transferieren Sie diese Datei dann am Ende der Klausur auf den **an Ihrem Platz ausliegenden USB-Stick** und geben Sie diesen USB-Stick dann ab. Es wird nur das bewertet, was sich auf dem USB-Stick befindet, also stellen Sie sicher, dass auch wirklich alles drauf ist und dass das File Ihren Namen trägt[1].

Bitte geben Sie Ihre elektronischen Kommunikationsgeräte vorne ab. Wenn während der Klausur etwa ein Mobil-Telefon benutzt wird, muss die Klausur als **nicht bestanden** gewertet werden.

1.Aufgabe (12 Punkte): Legen Sie folgende Vektoren in R an:

a) $\vec{v}_1 = (0, \Delta x, 2\Delta x, ..., 100\Delta x) \in \mathbb{R}^{101}$ mit $\Delta x := 2\pi/100$.

b) $\vec{v}_2 = (1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, ..., 1, 2, 3) \in \mathbb{R}^{300}$.

c) $\vec{z} = (e^{i\frac{2\pi}{100}k})_{k=1,2,...,100} \in \mathbb{C}^{100}$.

..bitte wenden

[1] bitte melden Sie sich, falls es ein Problem geben sollte, die Aufsicht wird Ihnen dann helfen

2.Aufgabe (15 Punkte): Legen Sie folgende Matrizen im $\mathbb{R}^{9\times 9}$ an,

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \ddots & & 0 \\ 0 & -1 & 2 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -1 & 0 \\ 0 & & & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & \ddots & & 0 \\ 0 & -1 & 2 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -1 & 0 \\ 0 & & & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

und führen Sie folgende Berechnungen durch:

a) Berechnen Sie die Eigenwerte von A und B.

b) Berechnen Sie die Determinanten von A und B.

c) Berechnen Sie die inversen Matrizen A^{-1} und B^{-1}, falls sie existieren.

d) Berechnen Sie die Eigenvektoren der Matrix A und speichern Sie sie in einer Matrix V.

e) Zeigen Sie durch explizite Rechnung in R, dass die Matrix V eine orthogonale Matrix ist, d.h. es gilt $V^T = V^{-1}$.

f) Zeigen Sie durch explizite Rechnung in R, dass die Matrix A mit Hilfe der Matrix V tatsächlich diagonalisiert werden kann, d.h., die Matrix $V^{-1}AV$ ist diagonal (oder das Produkt VAV^{-1} ist diagonal). Speichern Sie die Hauptdiagonalelemente Ihrer berechneten Diagonalmatrix in einen Vektor $\vec{d} \in \mathbb{R}^9$ und checken Sie, dass die Einträge von $\vec{d}$ mit den Eigenwerten von A identisch sind.

3.Aufgabe (15 Punkte): (Üblatt4, Aufg.1) Wir betrachten die Differentialgleichung für eine erzwungene harmonische Schwingung gegeben durch

$$\ddot{x}_t + \varepsilon^2 x_t = a_0 \sin \omega t \qquad (1)$$

zu den Anfangsbedingungen

$$\begin{aligned} x_{t=0} &= x_0 \\ \dot{x}_{t=0} &= 0 \end{aligned}$$

Die exakte, theoretische Lösung ist dann gegeben durch

$$x_t = x_0 \cos \varepsilon t + \frac{a_0}{\varepsilon^2 - \omega^2} \left\{ \sin \omega t - \frac{\omega}{\varepsilon} \sin \varepsilon t \right\} \qquad (2)$$

a) Plotten Sie die exakte, theoretische Lösung auf dem Intervall $[0, T]$ zu den folgenden Parameterwerten:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 2 \\ \omega &= 2.1 \\ x_0 &= 1 \\ a_0 &= 0.5 \\ T &= 200 \end{aligned}$$

b) Lösen Sie die Differentialgleichung (1) numerisch, indem Sie sie in ein System von 2 DGLs erster Ordnung umschreiben. Plotten Sie die numerische Lösung und die exakte, theoretische Lösung in demselben Plotfenster, die exakte Lösung in rot. Wählen Sie den Wert $dt = 0.0001$ für die Zeitdiskretisierung.

4.Aufgabe (18 Punkte): Laden Sie sich von der VL-homepage das file `MSFT.csv` herunter, dies enthält eine historische Zeitreihe der Microsoft Aktie[2]. Führen Sie dann folgende Berechnungen durch:

a) Importieren Sie die Daten nach R und speichern Sie sie in einem Dataframe `msft`.

b) Speichern Sie die Daten der `Adj.Close` Spalte in einem Vektor `S` und plotten Sie `S`. Dabei sollen die Daten 'von alt nach neu' geordnet sein, also `S[1]` ist dann der älteste Preis, nicht der neueste.

c) Berechnen Sie die Returns definiert durch

$$\mathrm{ret}(t_k) \;:=\; \tfrac{S(t_k)-S(t_{k-1})}{S(t_{k-1})}$$

und speichern Sie sie in dem Vektor `ret`. Berechnen Sie den Mittelwert μ_{ret} und die Standardabweichung σ_{ret}, indem Sie geeignete R-Funktionen benutzen. Erstellen Sie dann ein Histogramm der normierten Returns

$$\mathrm{normret}(t_k) \;:=\; \frac{\mathrm{ret}(t_k) - \mu_{\mathrm{ret}}}{\sigma_{\mathrm{ret}}}$$

und vergleichen Sie das Histogramm mit der Standardnormalverteilung, in einem Diagramm.

d) Wie gross ist der maximale und der minimale Return? Finden Sie die Tage, an denen sich diese Returns realisiert haben.

e) An wie vielen Tagen war der Return grösser als 5% und an wieviel Tagen war der Return kleiner als -5%?

5.Aufgabe (10 Punkte): Schreiben Sie eine Funktion

```
PlotBlackScholesPath( mu , sigma , N=1000 )
```

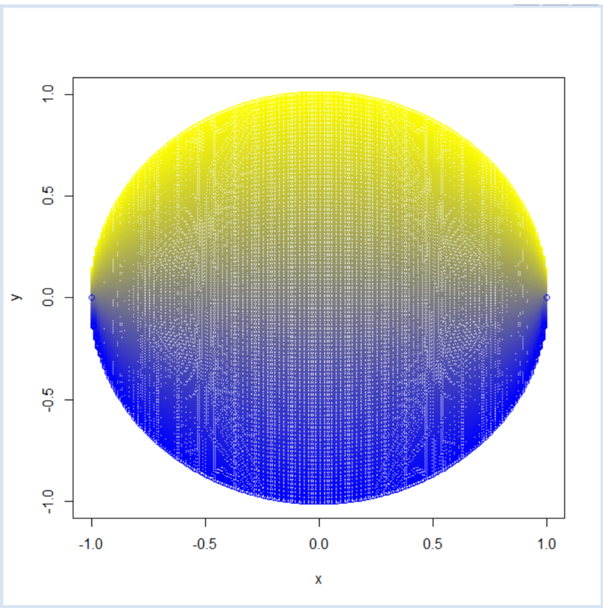
welche zu vorgegebenen Werten von μ und σ und einer vorgegebenen Zeitreihenlänge von N Tagen einen Aktienpreispfad mit der Dynamik

$$S(t_k) \;=\; S(t_{k-1})\left\{\,1 \,+\, \mu\Delta t \,+\, \sigma\sqrt{\Delta t}\,\phi_k\,\right\}, \qquad\qquad k = 1, 2, ..., N$$

simuliert und plottet. Dabei sei $\Delta t = 1/250$ und $t_k = k\Delta t$ für $k = 0, 1, 2, ..., N$. Weiter sei $S_0 = 100$. Die ϕ_k sind standard-normalverteilte Zufallszahlen. Beim Aufruf der Funktion soll nur das Plotfenster mit dem Preispfad gezeigt werden, es müssen keine numerischen Werte zurückgegeben werden.

[2]in der Klausur liegt ein USB-Stick an Ihrem Platz, auf dem sich dann gegebenenfalls Daten befinden

6.Aufgabe (10 Punkte): Schreiben Sie Code, der im wesentlichen das folgende Bild generiert:



Also es soll so ein bischen Murmel-mässig aussehen und von gelb nach blau gehen, das muss jetzt nicht exakt genau so aussehen..:))