

1. Übungsblatt zur Vorlesung Finanzmathematik I

Aufgabe 1) Wir betrachten das folgende 1-Perioden Binomialmodell mit allgemeinen Parametern:

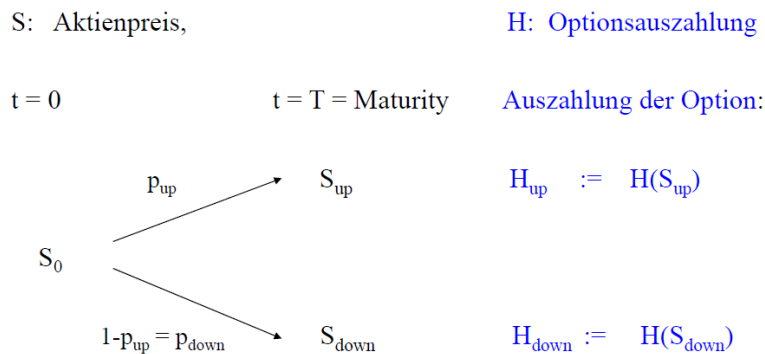


Abbildung 1: Ein-Perioden Binomialmodell
 mit allgemeinen Parametern

Man kann durch eine geeignete Handelsstrategie, ich kaufe δ Aktien zur Zeit $t = 0$, die Optionsauszahlung bei $t = T$ exakt replizieren. Das Geld V_0 , was man braucht, um diese replizierende Strategie aufsetzen zu können, ist der Preis der Option H . Für die beiden gesuchten Variablen V_0 und δ kann man, durch Betrachten des up- und des down-Falls in dem 1-Perioden-Modell in Abbildung 1, zwei Gleichungen herleiten; man hat dann also 2 Gleichungen mit 2 Variablen, die man nach V_0 und δ auflösen kann.

- a) Finden Sie diese beiden Gleichungen für V_0 und δ und lösen Sie sie dann nach V_0 und δ auf.
- b) Die Formel für V_0 lässt sich in der Form

$$V_0 = w_{\text{up}} H_{\text{up}} + w_{\text{down}} H_{\text{down}}$$

schreiben. Bestimmen Sie die genauen Formeln für w_{up} und w_{down} und zeigen Sie, dass

$$w_{\text{up}} + w_{\text{down}} = 1$$

gilt. Die Zahlen w_{up} und w_{down} könnte man also als Wahrscheinlichkeiten interpretieren, man nennt sie auch ‘Risiko-neutrale’ Wahrscheinlichkeiten im Gegensatz zu den ‘real world’ Wahrscheinlichkeiten p_{up} und p_{down} aus Abbildung 1, die für den Optionspreis V_0 offensichtlich völlig irrelevant sind.

..bitte wenden

Aufgabe 2) Ein Investor verfolgt folgende Handelsstrategie: Ist S_k der Schlusskurs einer Aktie am Tag k , so hält er $S_0 - S_k$ Aktien am Ende von Tag k . Folgender Preis-Pfad $\{S_0, S_1, \dots, S_7\}$ habe sich realisiert:

$$\{100, 98, 95, 97, 101, 101, 105, 108\}$$

Die Position wurde am Ende von Tag 7 zum Schlusskurs von 108 geschlossen. Welchen Betrag hat diese Strategie generiert? Die Zinsen seien $r = 0$.