Hochschule RheinMain
Prof. Dr. D. Lehmann

WS 2019/20

6. Übungsblatt zur Vorlesung Ökonometrie

Aufgabe 1: Bestimmen Sie die Koeffizienten $\{c_k\}_{k=0}^8$ der Potenzreihenentwicklung

$$e^x \; = \; \sum_{k=0}^{8} c_k \, x^k \; + \; error$$

numerisch mit Hilfe einer linearen Regression. Gehen Sie dazu folgendermassen vor:

a) Legen Sie die Variablen $n = 1000$, $m = 8$ und den Vektor

```
x = seq( from = -1 , to = 1 , length = n )
```

in R an, wir diskretisieren also das Intervall $[-1, 1]$ mit $n = 1000$ Punkten.

b) Legen Sie die Matrix X der Regressoren $x, x^2, ..., x^m$ an.

c) Legen Sie den Vektor $y = e^x$ an und führen Sie schliesslich die lineare Regression durch.

d) Plotten Sie die Grössen $\{\, c_k\}_{k=0}^8$ und $\{\, k!\, c_k \,\}_{k=0}^8$ als Funktion von $k = 0, 1, ..., 8$.

e) Plotten Sie die Funktion e^x und den Regression-Fit über dem Intervall $[-1, 1]$ in einem Diagramm, den Regression-Fit in rot.

Aufgabe 2: Wir wollen die Funktion $f(x, y) = e^{x-y}$ für kleine x, y, etwa $|x|, |y| \leq 0.1$, durch eine Polynom

$$e^{x-y} \; = \; a \, + \, b_1 \, x \, + \, b_2 \, x^2 \, + \, c_1 \, y \, + \, c_2 \, y^2 \, + \, d \, xy \; + \; error \tag{1}$$

approximieren.

a) Berechnen Sie, mit Bleistift und Papier, die Koeffizienten a, b_1, b_2, c_1, c_2, d, indem Sie die Potenzreihenentwicklung (= Taylor-Entwicklung) der e-Funktion benutzen. (Hier müssen Sie also nichts programmieren.)

b) Berechnen Sie die Koeffizienten a, b_1, b_2, c_1, c_2, d, indem Sie eine lineare Regression für das Modell (1) durchführen. Verwenden Sie dazu etwa folgende Vektoren mit gleichverteilten Zufallszahlen (die Regressoren müssen ja linear unabhängig sein, das ist bei Zufallszahlen so gut wie sicher der Fall):

```
x = runif( n , min = -0.1 , max = 0.1 )
y = runif( n , min = -0.1 , max = 0.1 ) ,
```

etwa mit $n = 1000$.