

5. Übungsblatt zur Vorlesung Ökonometrie

Aufgabe 1: Starten Sie eine R-Session und codieren Sie eine Funktion

`MyRegression(y, X)`

die eine Liste mit folgenden Rückgabewerten zurückgibt:

```
MyRegression[[1]] = MyRegression$betas
MyRegression[[2]] = MyRegression$fittedvalues
MyRegression[[3]] = MyRegression$errors
```

Dabei ist also

$$\vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n, \quad X = \begin{pmatrix} | & | & \cdots & | \\ \vec{x}_0 & \vec{x}_1 & & \vec{x}_p \\ | & | & & | \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times (p+1)}$$

und die Funktion soll die lineare Regression

$$\vec{y} = \beta_0 \vec{x}_0 + \beta_1 \vec{x}_1 + \cdots + \beta_p \vec{x}_p + error$$

durchführen und die entsprechenden Resultate, die wir in der Vorlesung definiert und hergeleitet haben, in die zurückzugebende Liste schreiben. Das heisst genauer, die Funktion

$$\begin{aligned} F(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p) = F(\vec{\beta}) &:= \sum_{i=1}^n [y_i - (\beta_0 x_{i,0} + \beta_1 x_{i,1} + \cdots + \beta_p x_{i,p})]^2 \\ &= \left[\vec{y} - (\beta_0 \vec{x}_0 + \beta_1 \vec{x}_1 + \cdots + \beta_p \vec{x}_p) \right]^2 \xrightarrow{!} \min \end{aligned}$$

soll minimiert werden und die Resultate aus der Vorlesung, nämlich

$$\text{betas} := \vec{\beta} = A^{-1}b = (X^T X)^{-1} X^T \vec{y}$$

$$\text{fittedvalues} := \hat{y} = \sum_{j=0}^p \beta_j \vec{x}_j = X \vec{\beta} = X(X^T X)^{-1} X^T \vec{y}$$

$$\text{errors} := \vec{y} - \hat{y} = [Id - X(X^T X)^{-1} X^T] \vec{y}$$

sollen in die zurückzugebende Liste geschrieben werden. Weiterhin soll bei Ausführung der Funktion ein Plot gezeigt werden, in dem der zu fittende Datenvektor \vec{y} gezeigt ist, in schwarz, und die fitted values in rot dargestellt sind, beide Grössen in einem Diagramm.

..bitte wenden

Überprüfen Sie schliesslich Ihre Implementation, indem Sie eine lineare Regression für ein konkretes Datenbeispiel durchführen (etwa das Beispiel aus Aufgabe 2) und Ihre Resultate dann mit denen der `lm()`-Funktion vergleichen.

Informationen zum Codieren von Funktionen können Sie etwa im 6. Kapitel “Programmieren in R” des RSkript_UniGiessen finden (ist auf der Vorlesungshomepage) und Informationen zu Listen sind dort im Kapitel 2.9 zu finden.

Aufgabe 2: Gegeben seien die Daten-Vektoren

$$\vec{x} = (-6, -4, -2, 0, +2, +4, +6)$$

und

$$\vec{y} = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

Führen Sie, mit Bleistift und Papier, für das Modell

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + error_i \tag{1}$$

eine lineare Regression durch. Das heisst, bestimmen Sie die Koeffizienten β_0 und β_1 , die am besten, im Sinne der linearen Regression (genauer: L^2 -Regression), zu dem Modell (1) passen.