

5. Übungsblatt zur Vorlesung Komplexe Funktionen

1.Aufgabe: Berechnen Sie die Werte von folgenden Reihen:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{i}{2}\right)^n$

b) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{i}{2}\right)^n$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2+i}\right)^n$

2.Aufgabe: Sind folgende Reihen konvergent oder divergent? Begründen Sie Ihre Aussagen:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3+4i)^n}{n^2 5^n}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+2i)^n}{n}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(1-i)^n}$

3.Aufgabe: Für welche $z \in \mathbb{C}$ ist die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} z^{-n}$ konvergent? Bestimmen Sie den Wert dieser Reihe.

4.Aufgabe: Es sei r ein positiver Radius mit $r < 1$. Beweisen Sie die folgenden Formeln mit Hilfe der geometrischen Reihe:

$$\sum_{n=0}^{\infty} r^n \cos(n\varphi) = \frac{1 - r \cos \varphi}{1 - 2r \cos \varphi + r^2}$$
$$\sum_{n=0}^{\infty} r^n \sin(n\varphi) = \frac{r \sin \varphi}{1 - 2r \cos \varphi + r^2}$$

5.Aufgabe: In dieser Aufgabe wollen wir mit einer R-Simulation verifizieren, dass der Konvergenzbereich der geometrischen Reihe tatsächlich ein Kreis in der komplexen Ebene ist. Schauen Sie sich dazu auf der Vorlesungshomepage das file `Blatt5-Aufg5-mitLuecken.txt` an. In diesem file befindet sich schon kommentierter R-Code, mit dem dort einige farbige plots generiert werden.

..bitte wenden..

- a) Machen Sie sich mit den entsprechenden Befehlen und Funktionsweisen vertraut (wir werden diese Sachen später noch einmal zur Generierung der Mandelbrot-Menge benötigen).
- b) In dem file fehlen noch einige Code-Zeilen. Ergänzen Sie diese, so dass Sie am Ende folgendes Bild erhalten:

