

## 1. Übungsblatt zur Vorlesung Komplexe Funktionen

**1. Aufgabe:** Schreiben Sie folgende komplexe Zahlen in der Form  $a + ib$  und skizzieren Sie sie in der komplexen Ebene:

a)  $i^{177}$       b)  $\frac{1}{i^7}$       c)  $(i + 2)^3$       d)  $\frac{4+3i}{2-i}$       e)  $\frac{1}{(1-i)^2}$   
f)  $e^{i\frac{\pi}{4}}$       g)  $e^{i\frac{\pi}{2}}$       h)  $e^{i\frac{3\pi}{4}}$       i)  $e^{i\pi}$       j)  $e^{i\frac{3\pi}{2}}$       k)  $e^{-i\frac{\pi}{2}}$

**2. Aufgabe:** Es seien  $z_1$  und  $z_2$  zwei komplexe Zahlen, die ungleich Null sind. Fassen Sie  $z_1$  und  $z_2$  als Vektoren im  $\mathbb{R}^2$  auf. Beweisen Sie:

$$z_1 \text{ steht senkrecht auf } z_2 \Leftrightarrow \operatorname{Re}(z_1 \bar{z}_2) = 0.$$

**3. Aufgabe:** Skizzieren Sie folgende Mengen in der komplexen Ebene:

a)  $M_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z + 2 - i| = 2\}$   
b)  $M_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Im}(z + 1 + i) = 0\}$   
c)  $M_3 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 1 - 2i| \leq 1\}$   
d)  $M_4 = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(z - 2 + i) > 4\}$

**4. Aufgabe:** Bestimmen Sie  $\operatorname{Arg}(z)$  und  $\operatorname{arg}(z)$  für folgende komplexe Zahlen  $z$ :

a)  $1 - i$       b)  $-\sqrt{3} + i$       c)  $(1 - i)^3$       d)  $\frac{2}{1+i\sqrt{3}}$       e)  $\frac{2}{i-1}$

**5. Aufgabe:** Schreiben Sie folgende komplexe Zahlen  $z$  in Polardarstellung  $re^{i\varphi}$ :

a)  $-4$       b)  $6 - 6i$       c)  $-7i$       d)  $(-\sqrt{3} - i)^{30}$

**6. Aufgabe:** Skizzieren Sie folgende Mengen in der komplexen Ebene:

a)  $M_1 = \{z = re^{i\varphi} \in \mathbb{C} \mid 1 < r < 2 \text{ und } -\pi/2 < \varphi < \pi/2\}$   
b)  $M_2 = \{z = re^{i\varphi} \in \mathbb{C} \mid r \leq 1 \text{ und } \pi/4 < \varphi < 3\pi/4\}$