Hochschule RheinMain
Prof. Dr. D. Lehmann WS 2016/17

5. Übungsblatt zur Vorlesung Ökonometrie

1.Aufgabe: Bestimmen Sie die Koeffizienten $\{c_k\}_{k=0}^{8}$ der Potenzreihenentwicklung

$$e^x \;=\; \sum_{k=0}^{8} c_k\, x^k \;+\; \text{error}$$

numerisch mit Hilfe einer linearen Regression. Gehen Sie dazu folgendermassen vor:

a) Legen Sie die Variablen $n = 1000$, $m = 8$ und den Vektor

```
x = seq( from = -1 , to = 1 , length = n )
```

in R an, wir diskretisieren also das Intervall $[-1, 1]$ mit $n = 1000$ Punkten.

b) Legen Sie die Matrix X der Regressoren $x, x^2, ..., x^m$ an.

c) Legen Sie den Vektor $y = e^x$ an und führen Sie schliesslich die lineare Regression durch.

d) Plotten Sie die Grössen $\{k!\, c_k\}_{k=0}^{8}$ als Funktion von $k = 0, 1, ..., 8$.

e) Plotten Sie die e-Funktion und den Regression-Fit über dem Intervall $[-1, 1]$ in einem Diagramm, den Regression-Fit in rot.

2.Aufgabe: Wir wollen die Funktion $f(x, y) = e^{x-y}$ für kleine x, y, etwa $|x|, |y| \leq 0.1$, durch ein Polynom

$$e^{x-y} \;=\; a \;+\; b_1\, x \;+\; b_2\, x^2 \;+\; c_1\, y \;+\; c_2\, y^2 \;+\; d\, xy \;+\; \text{error} \tag{1}$$

approximieren.

a) Berechnen Sie die Koeffizienten a, b_1, b_2, c_1, c_2, d, indem Sie die Potenzreihenentwicklung der e-Funktion benutzen. (Hier müssen Sie nichts programmieren.)

b) Berechnen Sie die Koeffizienten a, b_1, b_2, c_1, c_2, d, indem Sie eine lineare Regression für das Modell (1) durchführen. Verwenden Sie dazu etwa folgende Vektoren mit gleichverteilten Zufallszahlen (x und y müssen linear unabhängig sein, das ist bei Zufallszahlen so gut wie sicher der Fall)

```
x = runif( n , min = -0.1 , max = 0.1 )
y = runif( n , min = -0.1 , max = 0.1 )
```

mit $n = 1000$.