

10. Übungsblatt zur Vorlesung Ökonometrie

Aufgabe 1: Wir möchten den S&P500, den Aktienindex der 500 grössten US-amerikanischen Unternehmen, dazu benutzen, um eine konstante Wachstumsrate der amerikanischen Wirtschaft der letzten 65 Jahre, von 1950 bis 2015, zu berechnen. Dazu machen wir den Ansatz (das macht nur Sinn bei sehr grossen Zeiträumen)

$$\text{S\&P500}_t = S_{t_0} \times e^{r(t-t_0)}$$

- Laden Sie sich die Zeitreihe für den S&P500 von der Vorlesungs-homepage herunter und importieren Sie die Daten nach R. Plotten Sie S\&P500_t als Funktion von t und plotten Sie ebenfalls $\log[\text{S\&P500}_t]$ als Funktion von t . Versuchen Sie, die Plots so hinzubekommen, dass auf der horizontalen Achse, der t -Achse, das tatsächliche Datum angezeigt wird. Sie brauchen dazu ein paar Informationen zum Formatieren von Datüern, die Sie etwa in `Date-Formatting-in-R.pdf` auf der Vorlesungs-homepage finden können.
- Bestimmen Sie jetzt die Wachstumsrate r und die Konstante S_{t_0} mit Hilfe einer linearen Regression. Addieren Sie den Regression-Fit zu Ihren beiden Plots von S\&P500_t und $\log[\text{S\&P500}_t]$ aus Teil (a).
- Wenn Sie das Resultat der linearen Regression in die Variable `res` schreiben und dann den Befehl `summary(res)` eingeben, erhalten Sie neben den Regressionskoeffizienten eine Grösse `Std.Error` angezeigt. Versuchen Sie herauszufinden, nach welcher Formel genau diese Grösse berechnet wird, und reproduzieren Sie dann konkret die angezeigten Zahlen.
- Berechnen Sie ein 90%, ein 95% und ein 99% Vertrauensintervall für die Wachstumsrate r .

Aufgabe 2: Von der Vorlesungs-homepage können Sie sich Zahlen zur Weltbevölkerung herunterladen, für den Zeitraum 1950 - 2010.

- Importieren Sie die Daten nach R und plotten Sie die Weltbevölkerung $\text{Bev}(t)$ als Funktion von der Zeit.
- Fitten Sie folgende Modelle (mit $t_0 = 1950$)

$$\begin{aligned}\text{Bev}(t) &= B_{t_0} e^{r(t-t_0)} \\ \text{Bev}(t) &= a_0 + a_1(t - t_0) \\ \text{Bev}(t) &= b_0 + b_1(t - t_0) + b_2(t - t_0)^2\end{aligned}$$

an die Daten, d.h., berechnen Sie die Koeffizienten B_{t_0} , r , a_0 , a_1 , b_0 , b_1 und b_2 . Stellen Sie die $\text{Bev}(t)$ -Daten zusammen mit den Regression-Fits von allen drei Modellen in einem Diagramm dar.

- c) Geben Sie für alle drei Modelle 90% Vertrauensintervalle für die Regressionskoeffizienten an.

Aufgabe 3: Von der Vorlesungs-homepage können Sie sich Zahlen zum Bruttoinlandsprodukt in Deutschland, BIP, herunterladen, für den Zeitraum 1991 - 2014.

- a) Importieren Sie die Daten nach R und plotten Sie die BIP_t -Daten als Funktion von der Zeit.
- b) Machen Sie den Ansatz

$$BIP_t = B_{t_0} + r(t - t_0) + \text{error}$$

mit $t_0 = 1991$ und bestimmen Sie die Konstanten B_{t_0} und r mit Hilfe einer linearen Regression.

- c) Geben Sie Vertrauensintervalle für B_{t_0} und r an für die Konfidenz-Niveaus $\alpha \in \{ 90\% , 95\% , 99\% \}$.