Hochschule RheinMain
Prof. Dr. D. Lehmann

WS 2016/17

5. Übungsblatt zur Vorlesung
Komplexe Funktionen

1.Aufgabe: Berechnen Sie die Werte von folgenden Reihen:

a) $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{i}{2}\right)^n$

b) $\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{i}{2}\right)^n$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2+i}\right)^n$

2.Aufgabe: Sind folgende Reihen konvergent oder divergent? Begründen Sie Ihre Aussagen:

a) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3+4i)^n}{n^2 5^n}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(1+2i)^n}{n}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(1-i)^n}$

3.Aufgabe: Für welche $z \in \mathbb{C}$ ist die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} z^{-n}$ konvergent? Bestimmen Sie den Wert dieser Reihe.

4.Aufgabe: Es sei r ein positiver Radius mit $r < 1$. Beweisen Sie die folgenden Formeln mit Hilfe der geometrischen Reihe:

$$\sum_{n=0}^{\infty} r^n \cos(n\varphi) = \frac{1 - r\cos\varphi}{1 - 2r\cos\varphi + r^2}$$
$$\sum_{n=0}^{\infty} r^n \sin(n\varphi) = \frac{r\sin\varphi}{1 - 2r\cos\varphi + r^2}$$

5.Aufgabe: In dieser Aufgabe wollen wir mit einer R-Simulation verifizieren, dass der Konvergenzbereich der geometrischen Reihe tatsächlich ein Kreis in der komplexen Ebene ist. Schauen Sie sich dazu auf der Vorlesungs-homepage das file `Blatt5-Aufg5-mitLuecken.txt` an. In diesem file befindet sich schon kommentierter R-Code, mit dem dort einige farbige plots generiert werden.

..bitte wenden..

a) Machen Sie sich mit den entsprechenden Befehlen und Funktionsweisen vertraut (wir werden diese Sachen später noch einmal zur Generierung der Mandelbrot-Menge benötigen).

b) In dem file fehlen noch einige Code-Zeilen. Ergänzen Sie diese, so dass Sie am Ende folgendes Bild erhalten: