

1. Übungsblatt zur Vorlesung Komplexe Funktionen

1. Aufgabe: Schreiben Sie folgende komplexe Zahlen in der Form $a + ib$:

a) i^{275} b) $\frac{1}{i^5}$ c) $(i - 1)^3$ d) $\frac{1+2i}{3-4i}$ e) $\frac{1}{(1+i)^2}$

2. Aufgabe: Es seien z_1 und z_2 zwei komplexe Zahlen, die ungleich Null sind. Fassen Sie z_1 und z_2 als Vektoren im \mathbb{R}^2 auf. Beweisen Sie:

$$z_1 \text{ steht senkrecht auf } z_2 \Leftrightarrow \operatorname{Re}(z_1 \bar{z}_2) = 0.$$

3. Aufgabe: Skizzieren Sie folgende Mengen in der komplexen Ebene:

a) $M_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z + 1 - 2i| = 2\}$

b) $M_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(z + 1) = 0\}$

c) $M_3 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z + 2i| \leq 1\}$

d) $M_4 = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Im}(z - 2i) > 6\}$

4. Aufgabe: Bestimmen Sie $\operatorname{Arg}(z)$ folgende komplexe Zahlen z :

a) $1 - i$ b) $-\sqrt{3} + i$ c) $(1 - i)^3$ d) $\frac{2}{1+i\sqrt{3}}$ e) $\frac{2}{i-1}$

5. Aufgabe: Schreiben Sie folgende komplexe Zahlen z in Polardarstellung:

a) -4 b) $6 - 6i$ c) $-7i$ d) $(-\sqrt{3} - i)^{30}$

6. Aufgabe: Skizzieren Sie folgende Mengen in der komplexen Ebene:

a) $M_1 = \{z = re^{i\varphi} \in \mathbb{C} \mid 1 < r < 2 \text{ and } -\pi/2 < \varphi < \pi/2\}$

b) $M_2 = \{z = re^{i\varphi} \in \mathbb{C} \mid r > 1 \text{ and } \pi/4 < \varphi < 3\pi/4\}$