

7. Übungsblatt zur Vorlesung Einführung in die Finanzmathematik

1. Aufgabe: Wir betrachten ein N -Perioden Binomialmodell mit Preisprozess

$$S_k = S_{k-1} \times (1 + \text{ret}_k)$$

mit

$$\text{ret}_k \in \{\text{ret}_{\text{up}}, \text{ret}_{\text{down}}\}$$

für $k = 1, 2, \dots, N$. Gegeben sei die europäische, pfadunabhängige Option H mit Payoff

$$H(S_N) := \frac{S_0}{S_N}$$

Beweisen Sie mit Hilfe des Theorems 5.2 aus der Vorlesung: Der Preis V_0 von H lässt sich schreiben als

$$V_0 = (1+r)^{-N} \left\{ \frac{p_{\text{rn}}}{1 + \text{ret}_{\text{up}}} + \frac{1 - p_{\text{rn}}}{1 + \text{ret}_{\text{down}}} \right\}^N$$

mit der risikoneutralen Wahrscheinlichkeit p_{rn} aus dem Theorem 5.2.

2. Aufgabe: Wir betrachten ein N -Perioden Binomialmodell mit Preisprozess

$$S_k = S_{k-1} \times (1 + \text{ret}_k)$$

mit

$$\text{ret}_k \in \{+q, -q\}$$

für $k = 1, 2, \dots, N$. Die Zinsen seien $r = 0$. Gegeben sei die europäische, pfadunabhängige Option H mit Payoff

$$H(S_N) := S_N^2$$

Berechnen Sie den Preis V_0 von H mit Hilfe des Theorems 5.2 aus der Vorlesung und vereinfachen Sie das Resultat soweit wie möglich.