

## 5. Übungsblatt zur Vorlesung Einführung in die Finanzmathematik

**1. Aufgabe:** Wir betrachten ein  $N$ -Perioden Binomialmodell mit Preisprozess

$$S_k = S_{k-1} \times \begin{cases} (1+q) & \text{mit W'keit } p_{\text{up}} = 1/2 \\ (1-q) & \text{mit W'keit } p_{\text{down}} = 1/2 \end{cases}$$

für  $k = 1, 2, \dots, N$  mit  $q \in (0, 1)$ , etwa  $N = 250$  und  $q = 1\%$  und etwa  $S_0 = 100$ . Berechnen Sie die folgenden Erwartungswerte (benutzen Sie die Buchstaben  $N$ ,  $q$  und  $S_0$  und eventuell  $S_k$  im Ergebnis, also keine konkreten Werte dafür):

- a)  $E[S_N]$
- b)  $E[S_N \mid \{S_j\}_{j=0}^k]$
- c)  $E[\frac{1}{N} \sum_{m=1}^N S_m]$
- d)  $E[\frac{1}{N} \sum_{m=1}^N S_m \mid \{S_j\}_{j=0}^k]$
- e)  $E[\frac{S_0}{S_N}]$
- f)  $E[\frac{S_0}{S_N} \mid \{S_j\}_{j=0}^k]$

*Bemerkung:* Die eigentliche Rechnung ist nicht so schwierig, die Übung besteht mehr darin, sich zu überlegen, ob das Ergebnis eine reine Zahl ist oder ob und welche Buchstaben dann noch im Ergebnis auftauchen.