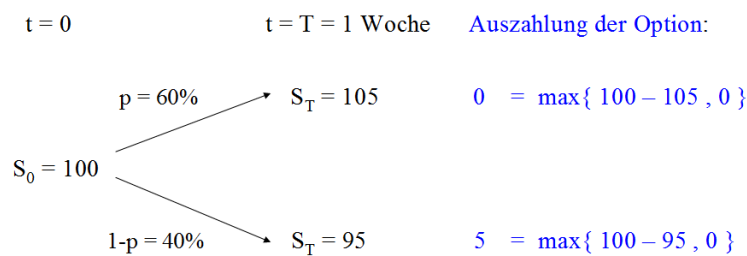


1. Übungsblatt zur Vorlesung Einführung in die Finanzmathematik

Aufgabe 1) Schauen Sie sich noch einmal die slides ‘Die Grundidee der Optionspreisbewertung’ an, das ist das `week1.pdf` auf der VL-homepage. Wir wollen exakt dasselbe Setup betrachten, nur anstatt einer Standard-Kauf-Option wählen wir eine Standard-Verkaufs-Option mit Auszahlung

■ **Standard-Verkaufs-Option:** $f(S_T) := \max\{S_0 - S_T, 0\}$



Finden Sie den Preis V_0 und die Absicherungsstrategie δ für diese Option. Dabei bezeichnet δ die Anzahl der Aktien, die man bei $t = 0$ kaufen oder verkaufen muss, damit man bei $t = T$ die Optionsauszahlung sicherstellen kann, egal ob die zugrundeliegende Aktie steigt oder fällt.

Aufgabe 2) Laden Sie sich die Datei `week1.pdf` von der VL-homepage herunter und lesen Sie sie durch. Betrachten Sie dann folgendes 1-Perioden Binomialmodell mit allgemeinen Parametern:

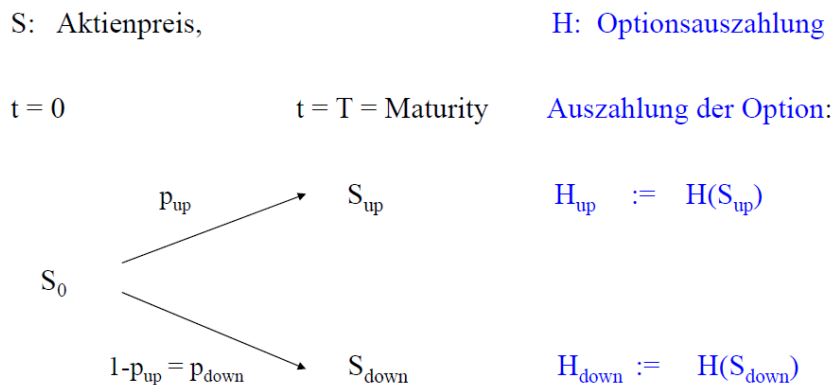


Abbildung 1: Ein-Perioden Binomialmodell
 mit allgemeinen Parametern

..bitte wenden

Wie in `week1.pdf`, kann man auch in diesem Fall durch eine geeignete Handelsstrategie, die Bank kauft δ Aktien zur Zeit $t = 0$, die Optionsauszahlung bei $t = T$ exakt replizieren. Das Geld V_0 , was man braucht, um diese replizierende Strategie aufsetzen zu können, ist dann der Preis der Option H .

Für die beiden gesuchten Variablen V_0 und δ kann man, durch Betrachten des up- und des down-Falls in dem 1-Perioden-Modell in Abbildung 1, zwei Gleichungen herleiten. Man hat dann also 2 Gleichungen mit 2 Variablen, die man nach V_0 und δ auflösen kann.

- a) Finden Sie diese beiden Gleichungen für V_0 und δ und lösen Sie sie dann nach V_0 und δ auf.
- b) Die Formel für V_0 lässt sich in der Form

$$V_0 = w_{\text{up}} H_{\text{up}} + w_{\text{down}} H_{\text{down}}$$

schreiben. Bestimmen Sie die genauen Formeln für w_{up} und w_{down} und zeigen Sie, dass

$$w_{\text{up}} + w_{\text{down}} = 1$$

gilt. Die Zahlen w_{up} und w_{down} könnte man also als Wahrscheinlichkeiten interpretieren, man nennt sie auch ‘risikoneutrale’ Wahrscheinlichkeiten im Gegensatz zu den ‘real world’ Wahrscheinlichkeiten p_{up} und p_{down} aus Abbildung 1, die für den Optionspreis V_0 offensichtlich völlig irrelevant sind.