

7. Übungsblatt zur Vorlesung Finanzmathematik II

1. Aufgabe: Wir betrachten einen Preisprozess $\{S_t\}_{0 \leq t \leq T}$ im zeitabhängigen Black-Scholes Modell gegeben durch die SDE

$$dS_t/S_t = \mu_t dt + \sigma_t dx_t \quad (1)$$

Wir betrachten einen Zeithorizont von $T = 2$ Jahren und die instantane Volatilität σ_t sei gegeben durch

$$\sigma_t = \begin{cases} \sigma_1 = 70\% & \text{für } 0 \leq t \leq 1 \\ \sigma_2 = 10\% & \text{für } 1 < t \leq 2 \end{cases}$$

Für den Drift μ_t wählen wir

$$\mu_t = \begin{cases} \mu_1 = 15\% & \text{für } 0 \leq t \leq 1 \\ \mu_2 = 1\% & \text{für } 1 < t \leq 2 \end{cases}$$

- Stellen Sie die Werte von σ_1, σ_2 und μ_1, μ_2 sowie $M_{\text{year}} = 250$, die Anzahl der Zeitschritte pro Jahr, auf einem Excelsheet als Input-Parameter bereit und simulieren Sie dann einige Pfade mit der Dynamik (1). Plotten Sie die Pfade als Funktion von der Zeit.
- Für eine Zeitreihe mit insgesamt M Beobachtungsdaten und M_{year} Beobachtungsdaten pro Jahr ist die jährliche realisierte Volatilität definiert durch

$$\sigma_{\text{realized}} := \sqrt{\frac{M_{\text{year}}}{M} \sum_{k=1}^M [\text{ret}(t_k)]^2} \quad (2)$$

Wenn also jedes Jahr dieselbe Anzahl M_{year} an Beobachtungsdaten hat (ist bei Simulationen immer der Fall, aber die tatsächliche Anzahl der Banking Days pro Jahr variiert immer etwas um die Zahl 250 herum) und T die Laufzeit in Jahren ist, dann ist $M = M_{\text{year}} \times T$. Die Returns $\text{ret}(t_k)$ sind gegeben durch

$$\text{ret}(t_k) := \frac{S(t_k) - S(t_{k-1})}{S(t_{k-1})}.$$

Berechnen Sie jetzt für einige der simulierten Pfade aus Teil (a) jeweils die realisierte Volatilität des ersten Jahres und des zweiten Jahres (wenn Sie die realisierte Volatilität für genau ein Jahr berechnen sollen, dann ist $M = M_{\text{year}}$), sowie die realisierte Volatilität für den gesamten 2-jahres Zeitraum (dann ist also $M = 2M_{\text{year}}$).

..*bitte wenden*

2.Aufgabe: Laden Sie sich aus dem Internet, etwa von Yahoo Finance unter <https://finance.yahoo.com/world-indices>, die DAX-Zeitreihe für den Zeitraum 15. Juni 2018 bis 15. Juni 2020 herunter und berechnen Sie dann

- a) die jährliche realisierte Volatilität für den Zeitraum 15. Juni 2018 bis 15. Juni 2019
- b) die jährliche realisierte Volatilität für den Zeitraum 15. Juni 2019 bis 15. Juni 2020
- c) die jährliche realisierte Volatilität für den Zeitraum 15. Juni 2018 bis 15. Juni 2020

Verwenden Sie dazu jeweils die Formel (2) aus Aufgabe 1b.