



Hochschule RheinMain
University of Applied Sciences
Wiesbaden Rüsselsheim

Die Grundidee der Optionspreisbewertung



Grundidee der Optionspreisbewertung

- Was ist ein **Derivat** oder eine **Option** ?

- Rein mathematisch gesprochen: Eine **Option** auf einen Basiswert S_t (etwa eine Aktie) mit Fälligkeitsdatum T ist **eine beliebige Auszahlungs-Funktion $f(S_T)$** .

Der Käufer der Option f bekommt bei Fälligkeit $t = T$ den Betrag $f(S_T)$ vom Optionsverkäufer ausbezahlt.

Ein einfaches Beispiel:

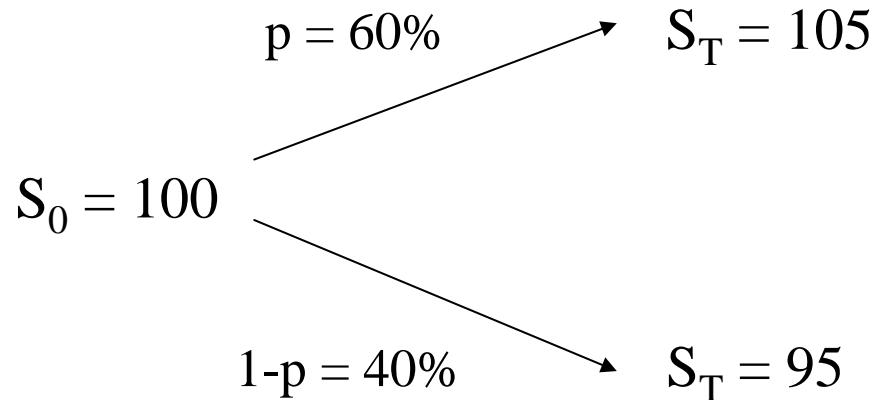


Ein einfaches Beispiel:

- Wir betrachten eine Aktie mit einem Zeithorizont von 1 Woche:

$t = 0$

$t = T = 1 \text{ Woche}$





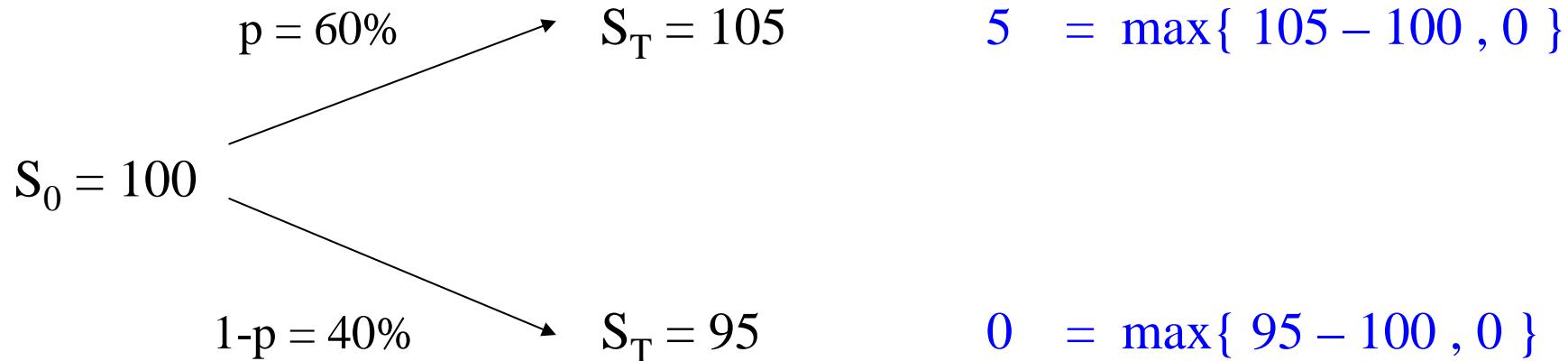
Ein einfaches Beispiel:

- Standard-Kauf-Option: $f(S_T) := \max\{ S_T - S_0, 0 \}$

$t = 0$

$t = T = 1$ Woche

Auszahlung der Option:





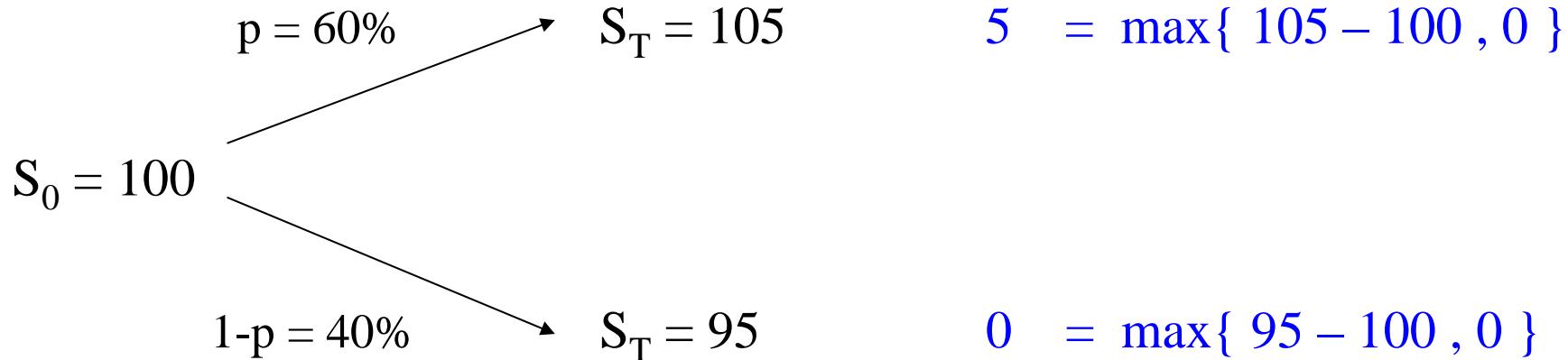
Ein einfaches Beispiel:

- Standard-Kauf-Option: $f(S_T) := \max\{ S_T - S_0, 0 \}$

$t = 0$

$t = T = 1$ Woche

Auszahlung der Option:



- FRAGE: Was würden Sie dafür bei $t = 0$ bezahlen?



Ein einfaches Beispiel:

- Man könnte meinen:

$$\text{Optionspreis} = 60\% * 5 \text{ Euro} + 40\% * 0 \text{ Euro} = 3 \text{ Euro}.$$

- Das ist falsch, wie wir gleich sehen werden. Nehmen wir an, das wäre richtig. Es könnte folgendes passieren:

Ein grosser Investor möchte 1 Million von diesen Optionen bei einer Bank kaufen. Die Bank bekäme also bei $t = 0$ 3 Millionen Euro.

Die Zeit von 1 Woche vergeht und die Aktie ist entweder gestiegen oder gefallen.



Ein einfaches Beispiel:

- Ist die Aktie gefallen, müsste die Bank nichts an den Investor zahlen und hätte auf einen Schlag 3 Mio Gewinn gemacht.
- Ist die Aktie jedoch gestiegen, müsste die Bank 5 Mio an den Investor zahlen und hätte auf einen Schlag 2 Mio Verlust gemacht.
- Derartige Risiken wollen Banken nicht eingehen. Sondern, ähnlich wie ein Autohändler, möchte eine Bank ein paar Prozent Gewinn pro verkaufter Option machen, egal, ob die zu Grunde liegende Aktie steigt oder fällt.
- Es ist ein **fundamentales Resultat der Finanzmathematik**, dass das tatsächlich möglich ist. Und zwar muss die Bank dazu in diesem Beispiel folgendes machen:



Ein einfaches Beispiel:

- Als Optionspreis muss sie nur 2,50 Euro verlangen (also keine 3 Euro).
- **Dann muss die Bank bei $t = 0$ eine halbe Aktie kaufen.**
- Bei Fälligkeit der Option bei $t = T = 1$ Woche muss die Bank diese **halbe Aktie** dann wieder verkaufen:

$$\begin{aligned}\text{BankPortfolio_heute} &= 2,50 = 2,50 - 50 + 50 \\ &= -47,50(\text{cash}) + \text{halbe Aktie}\end{aligned}$$

$$105/2 = -47,50 + 52,50 = 5 \text{ Euro}$$

$$\begin{aligned}\text{BankPortfolio_1Woche} &= -47,50(\text{cash}) + \\ &\quad 95/2 = -47,50 + 47,50 = 0 \text{ Euro}\end{aligned}$$

Also:

$$\text{BankPortfolio_1Woche} = \text{option_payoff}$$



Ein einfaches Beispiel:

- Also: Mit der Handelsstrategie “**Kaufe eine halbe Aktie**” ist die Bank in der Lage, den **option payoff exakt zu replizieren**.
- Der **faire Preis einer Option** ist dann das Geld, das man braucht, um eine replizierende Strategie aufzusetzen zu können.
- In dem Beispiel wären das also nur **2,50 Euro** .
- Der tatsächliche Preis einer Option ist dann vielleicht 2,55 Euro oder 2,53 Euro oder 2,52 Euro...