Hochschule RheinMain
Prof. Dr. D. Lehmann SS 2017

9. Übungsblatt zur Vorlesung Finanzmathematik mit Excel und VBA

1.Aufgabe: Bearbeiten Sie den Teil (g) von week8.pdf: Erzeugen Sie ein Histogramm der S&P500 Returns von 1950 bis heute.

2.Aufgabe: Laden Sie sich von der Vorlesungs-homepage das sheet `Lösung9-empty.xlsm` herunter. Es befindet sich schon etwas VBA-Code in dem sheet, öffnen Sie den Visual Basic Editor und machen Sie sich mit den Code-Fragmenten vertraut. In dieser Übung wollen wir uns davon überzeugen, dass die Verteilung (das heisst, die relativen Häufigkeiten) der normierten DAX-Returns (und nicht nur der DAX-Returns, sondern das gilt für die Returns von den meisten liquide handelbaren Assets wie Aktien, Aktienindizes, Währungswechselkursen oder Rohstoffen wie Öl, Gold und Silber) recht gut durch eine Gauss'sche Normalverteilung approximiert werden kann. Diese empirische Tatsache ist die Grundlage für das **Black-Scholes Modell** in der Finanzmathematik. Gehen Sie etwa folgendermassen vor:

a) Lesen Sie den Parameter q aus Zelle B3 ein (mit dem default value q=1) und berechnen Sie die q-Day Returns durch

$$\mathrm{ret}(t_i) \;:=\; \frac{S(t_i) - S(t_{i-q})}{S(t_{i-q})} \tag{1}$$

Speichern Sie die Werte in dem Array `ret`. Beachten Sie dabei, dass der Gültigkeitsbereich dieses Arrays Modul-Level ist, da es ausserhalb eines Subs deklariert wurde. Damit Gleichung (1) Sinn macht, muss $i \geq q$ gelten, setzen Sie etwa $\mathrm{ret}(t_i) := 0$ für $i < q$.

b) Lesen Sie den Parameter d für die Länge eines laufenden Zeitfensters aus Zelle B2 ein. Codieren Sie dann eine Funktion ohne Rückgabewert `CalcdDayMean`, also ein Sub mit geeigneten Argumenten, welche den d-Tages Mittelwert der Returns berechnet und diesen d-Tages Mittelwert dann in dem Array `mean()` speichert. Die Formel für den d-Tages Mittelwert am Tag t_i ist gegeben durch

$$\mathrm{mean}_d(t_i) \;:=\; \frac{1}{d}\sum_{k=0}^{d-1} \mathrm{ret}(t_{i-k}) \tag{2}$$

Die Formel (2) macht nur Sinn für $i \geq d$. Setzen Sie etwa für $i < d$ $\mathrm{mean}_d(t_i) := 0$ oder benutzen Sie etwa die Definition

$$\mathrm{mean}_d(t_i) \;:=\; \frac{1}{i}\sum_{k=0}^{i-1} \mathrm{ret}(t_{i-k}) \quad \text{falls } \; i < d\,. \tag{3}$$

c) Codieren Sie eine Funktion ohne Rückgabewert `CalcdDayStdDev`, also ein Sub mit geeigneten Argumenten, welche die d-Tages Standardabweichung der Returns berechnet und diese d-Tages Standardabweichung dann in dem Array `stddev()` speichert. Als Formel für die d-Tages Standardabweichung am Tag t_i wählen wir (eigentlich würde man $\mathrm{mean}_d(t_i)$ anstatt $\mathrm{mean}_d(t_{i-k})$ abziehen; tatsächlich ist es so, dass man sämtliche means auch gleich 0 setzen könnte und im Wesentlichen dieselben Resultate bekommen würde):

$$\mathrm{stddev}_d(t_i) \;:=\; \left\{ \frac{1}{d} \sum_{k=0}^{d-1} \left[\mathrm{ret}(t_{i-k}) - \mathrm{mean}_d(t_{i-k})\right]^2 \right\}^{1/2} \tag{4}$$

Die Formel (4) macht nur Sinn für $i \geq d$. Setzen Sie etwa für $i < d$ $\mathrm{stddev}_d(t_i) := 0$ oder benutzen Sie etwa die Definition

$$\mathrm{stddev}_d(t_i) \;:=\; \left\{ \frac{1}{i} \sum_{k=0}^{i-1} \left[\mathrm{ret}(t_{i-k}) - \mathrm{mean}_d(t_{i-k})\right]^2 \right\}^{1/2} \quad \text{falls } \; i < d\,. \tag{5}$$

d) Berechnen Sie schliesslich die normierten Returns durch die Formel

$$\mathrm{normret}_d(t_i) \;:=\; \frac{\mathrm{ret}(t_i) \;-\; \mathrm{mean}_d(t_{i-1})}{\mathrm{stddev}_d(t_{i-1})} \tag{6}$$

für alle $i \geq 2$ (oder $i \geq d$) und speichern Sie sie in dem bereits Modul-weit deklariertem Array `normret`. Schreiben Sie die Werte der Arrays mean, stddev und normret auf die im Excel sheet dafür vorgesehenen Spalten.

Jetzt können wir uns die Verteilung der normierten Returns anschauen und mit der Gauss'schen Normalverteilung vergleichen. Das machen wir in der 3. Aufgabe.

3. Aufgabe: Schreiben Sie ein VBA-Makro `GenerateHistgrammData`, welches die Verteilung der normierten DAX-Returns mit der Gauss'schen Normalverteilung vergleicht. Gehen Sie dazu folgendermassen vor:

a) Lesen Sie die Parameter $x_{\max}$ und Δx aus den Zellen B6 und B7 ein und legen Sie das VBA-Array `ReDim x(-n to n)` an mit den Komponenten $x(i) = i * \Delta x$ und n so gewählt, dass $n * \Delta x = x_{\max}$ gilt.

b) Legen Sie ein VBA-Array `nabs()` an, in welchem die absoluten Häufigkeiten nabs(i) der normierten Returns, die sich im Intervall $[x_{i-1}, x_i]$ befinden, angegeben sind. Benutzen Sie dazu die Excel-Funktion `Frequency` oder im deutschen Excel die `Häufigkeit`-Funktion. Beachten Sie, dass dies eine Array-wertige Funktion ist.

c) Berechnen Sie dann die relativen Häufigkeiten der normierten Returns durch die Formel

$$n_{\mathrm{rel}}(i) \;:=\; \frac{n_{\mathrm{abs}}(i)}{n_{\mathrm{data}}} \tag{7}$$

und schreiben Sie die Werte auf das Excel sheet.

d) Legen Sie das Array `ReDim xforplot(-n to n+1)` mit den Komponenten

$$x_{\text{for plot}}(i) = i * \Delta x \; - \; \Delta x/2 \tag{8}$$

an und schreiben Sie die Werte auf das sheet. Wieso wollen wir für den Histogramm-Plot dieses $x_{\text{for plot}}$ verwenden und nicht einfach das `x()` aus Teil (a)?

e) Berechnen Sie schliesslich die Wahrscheinlichkeiten p_i gegeben durch

$$p_i \;=\; \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{x_{\text{for plot}}(i)^2}{2}} \;\Delta x \tag{9}$$

und schreiben Sie sie ebenfalls auf das sheet, in die Spalte "norm_dist". Erzeugen Sie dann das Diagramm "normalized DAX-returns vs. Gaussian", so wie es unten im screenshot zu sehen ist: