

**Probe-Klausur zur Vorlesung
Finanzmathematik mit Excel und VBA**

Formaler Hinweis: Laden Sie sich von der Vorlesungs-homepage das sheet ProbeKlausur_empty.xlsm herunter und speichern Sie es dann unter dem Namen ProbeKlausur_Nachname_Vorname.xlsm auf Ihrem Desktop. Wenn Sie VBA-Code in ein Standard-Modul schreiben möchten, benutzen Sie bitte die bereits angelegten Standard-Module mit den Namen Aufgabe1, ... , Aufgabe5. Benutzen Sie bitte ebenfalls die bereits angelegten Worksheets mit Namen Aufgabe1, ... , Aufgabe5.

1.Aufgabe (15 Punkte): Untersuchen Sie folgende Folgen und Reihen auf Konvergenz, indem Sie die ersten 100 Folgenglieder oder, im Falle der Reihe, die ersten 100 Partialsummen auf das sheet Aufgabe1 schreiben. Erstellen Sie jeweils ein Diagramm mit den Werten von $n = 1, 2, \dots, 100$ auf der horizontalen Achse und den Werten der Folgenglieder bzw. Partialsummen auf der vertikalen Achse.

- a) $a_n = \sqrt[n]{n}$
- b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^4+1}$
- c) $c_n = \frac{x_{n-1}}{x_n}$ für $n \geq 1$, wobei $x_0 := 0$, $x_1 := 1$ und für $n \geq 2$: $x_{n+2} := x_{n+1} + x_n$.

2.Aufgabe (10 Punkte): Es sei

$$\varphi(x) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad \text{und} \quad \Phi(x) := \int_{-\infty}^x \varphi(y) dy$$

- a) Schreiben Sie mit Hilfe der Exponentialfunktion die Zahlenpaare $(x, \varphi(x))$ auf das sheet Aufgabe2, für $x \in \{-5.0, -4.9, -4.8, \dots, 4.8, 4.9, 5.0\}$.
- b) Es gibt eine Excel-Funktion für $\varphi(x)$. Finden Sie diese und schreiben Sie die Werte von $\varphi(x)$ mit Hilfe dieser Funktion ebenfalls auf das sheet.
- c) Es gibt eine Excel-Funktion für $\Phi(x)$. Finden Sie diese und schreiben Sie die Werte von $\Phi(x)$ auf das sheet, für die x-Werte aus Teil (a).
- d) Erstellen Sie ein Diagramm, in welchem die Funktionen aus (a), (b) und (c) gleichzeitig über dem Intervall $[-5, 5]$ dargestellt werden, für die x-Werte aus Teil (a).
- e) Für die Umkehrfunktion $\Phi^{-1} : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, definiert durch $\Phi^{-1}(\Phi(x)) = x$, gibt es ebenfalls eine Excel-Funktion. Finden Sie diese und plotten Sie sie über dem Intervall $(0,1)$.

3.Aufgabe (12 Punkte): Die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei gegeben durch

$$f(x) := 4 \cos(x) - x^2$$

- a) Plotten Sie die Funktion f über dem Intervall $[-5, 5]$. Wählen Sie dazu etwa $x \in \{-5.0, -4.9, -4.8, \dots, +4.9, +5.0\}$ und schreiben Sie die $(x, f(x))$ -Werte auf das sheet Aufgabe3.
- b) Die Funktion f hat genau eine positive Nullstelle. Finden Sie den numerischen Wert dieser Nullstelle mit Hilfe des Newton-Verfahrens. Schreiben Sie dazu ein VBA-Sub `FindRoot`, welches die beiden Parameter x_{start} und $n = n_{\text{iterations}}$ vom sheet einliest und dann also n Newton-Iterationen durchführt. Die jeweiligen Werte von n und x_n , die n -te Iteration für den Wert der Nullstelle, sollen auf dem sheet ausgegeben werden.
- c) Legen Sie einen Button auf dem sheet an, mit dem das VBA-Sub gestartet werden kann.

4.Aufgabe (13 Punkte): Führen Sie folgende Berechnungen durch:

- a) Lesen Sie von dem sheet Aufgabe4 den Parameter n aus Zelle B1 nach VBA ein und legen Sie dann die Matrix

$$V = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 1 & -1 \\ \vdots & \ddots & -1 & 1 \\ 1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ -1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (1)$$

- in VBA an. Schreiben Sie zu gegebenen n die Matrix in den Zellbereich A11=Cells(11,1) bis Cells(10+n,n). Tun Sie zuvor die Inhalte sämtlicher Zeilen ab der 11. Zeile leeren.
- b) Für beliebiges n , berechnen Sie in VBA das Inverse V^{-1} der Matrix V und speichern Sie diese inverse Matrix in einem VBA-Array `Vinv`.
 - c) Geben Sie die Werte des Arrays `Vinv` auf dem sheet aus, und zwar genau rechts von der Matrix V , mit einer leeren Spalte dazwischen.
 - d) Überprüfen Sie für $n = 7$ mit Hilfe der Excel-Funktion für Matrix-Multiplikation direkt auf dem sheet, dass das Produkt der Matrizen V und `Vinv` aus (a) und (c) tatsächlich die Einheitsmatrix ist (bis auf Rechengenauigkeit).

5.Aufgabe (10 Punkte): Schreiben Sie VBA-Code, der folgende Wirkung hat: Wird auf dem sheet Aufgabe5 in einer beliebigen Zelle der Zelleninhalt geändert (was reingeschrieben, was geändert oder was gelöscht), so erhält diese Zelle eine rote Hintergrundfarbe. Tut man auf eine Zelle mit einer roten Hintergrundfarbe doppelklicken, so wird diese rote Hintergrundfarbe wieder entfernt, der Zellenhintergrund ist wieder farblos. War die Zelle nicht rot, dann soll das Doppelklicken keinen Effekt haben.