Hochschule RheinMain
Prof. Dr. D. Lehmann SS 2017

9. Übungsblatt zur Vorlesung
Lineare Optimierung

1.Aufgabe: Wir betrachten noch einmal das Optimierungsproblem aus Aufgabe 3b,c vom Übungsblatt 1: Gegeben seien n Daten $(x_1, x_2, \cdots, x_n) \in \mathbb{R}^n$. Gesucht ist ein $\mu \in \mathbb{R}$ mit

$$g(\mu) := \sum_{i=1}^{n} |\mu - x_i| \overset{!}{\to} \min \tag{1}$$

In `Lösung1.pdf` haben wir dieses Problem als lineares Optimierungsproblem formuliert. Weiterhin wurde gezeigt, dass für n ungerade und paarweise verschiede $x_i \neq x_j$ für $i \neq j$, die Lösung von (1) durch den Median der x_i's gegeben ist,

$$\begin{aligned} \mu_{\text{opt}} &= \text{median}(x_1, \cdots, x_n) \\ &= x_m \qquad \text{falls } x_1 < \cdots < x_m < \cdots < x_{2m-1} = x_n \,. \end{aligned}$$

a) Bringen Sie das lineare Optimierungsproblem zu (1) aus `Lösung1.pdf` auf die Standard-Ungleichungsform. Beachten Sie, dass in der Standard-Ungleichungsform alle Variablen groesser oder gleich Null sein müssen und dass das μ sowohl positiv als auch negativ sein kann.

b) Lösen Sie das LOP aus Teil (a) numerisch in R mit Hilfe der `solveLP()`-Funktion aus dem linprog-package. Ihre Implementation sollte für beliebiges (ungerades) n und beliebige Daten $x_1, ..., x_n$ funktionieren. Wählen Sie etwa $n = 25$ und geben Sie die Zahlen $x_1, ..., x_n$ durch auf dem Intervall [0,10] gleichverteilte Zufallszahlen vor.

c) In R gibt es eine Funktion, die den Median eines Vektors $(x_1, ..., x_n)$ zurückgibt. Finden Sie diese Funktion und überprüfen Sie damit Ihre Lösung aus Teil (b).

2.Aufgabe: Betrachten Sie das lineare Optimierungsproblem aus dem Teil (a) der ersten Aufgabe. Dieses befindet sich in Standard-Ungleichungsform.

a) Transformieren Sie dieses Problem auf die Standard-Gleichungsform.

b) Wieso ist es in diesem Fall nicht so ohne weiteres möglich, eine Start-Ecke für den Simplex-Algorithmus zu finden? (Also wieso können wir hier das nicht etwa genau so machen, wie bei unserem Standard-Beispiel aus der Vorlesung, das war das LOP aus Aufgabe 2 von Übungsblatt 1, mit $\vec{x}_0 = (0, 0, 170, 150, 180)$ als Start-Ecke?)

c) Versuchen Sie trotzdem, eine Start-Ecke zu finden, etwa für den Fall, dass alle $x_i \geq 0$ sind. Mit ein paar elementaren Umformungen ist das möglich. Wir werden im weiteren Verlauf der Vorlesung dafür eine systematische Methode angeben, die sogenannte 'Phase I' für den Simplex-Algorithmus.