Hochschule RheinMain
 SS 2017
Prof. Dr. D. Lehmann

5. Übungsblatt zur Vorlesung Lineare Optimierung

1.Aufgabe: Beweisen Sie das Lemma 4.4 aus der Vorlesung: Sind $M_1, M_2 \subset \mathbb{R}^n$ zwei konvexe Teilmengen des $\mathbb{R}^n$, dann gilt:

a) $M_1 \cap M_2$ ist konvex.

b) $M_1 \cup M_2$ ist nicht notwendig konvex. Geben Sie ein Gegenbeispiel an.

2.Aufgabe: Es seien

$$\vec{a} \;=\; \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad b = 2\;.$$

a) Skizzieren Sie die Hyperebene $H_=(\vec{a}, b) \;=\; \{\, \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{a} \cdot \vec{x} = b \,\}$.

b) Skizzieren Sie den Halbraum $H_\leq(\vec{a}, b) \;=\; \{\, \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{a} \cdot \vec{x} \leq b \,\}$.

3.Aufgabe: Beweisen Sie den Satz 4.6 aus der Vorlesung:

a) Jede Hyperebene im $\mathbb{R}^n$ ist konvex.

b) Jeder Halbraum im $\mathbb{R}^n$ ist konvex.

4.Aufgabe: Es seien

$$A \;:=\; \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} \;:=\; \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}\;.$$

Skizzieren Sie das Polyeder

$$P \;:=\; \left\{\, \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid A\vec{x} \;\leq\; \vec{b} \,\right\}$$

im $\mathbb{R}^3$.