Hochschule RheinMain
Prof. Dr. D. Lehmann SS 2017

3. Übungsblatt zur Vorlesung
Lineare Optimierung

1.Aufgabe(loops und vectorized calculation in R): Gegeben sei die Summe

$$s_n \;:=\; \sum_{k=1}^{n}(2k-1) \;=\; 1+3+5+7+\cdots+2n-1 \tag{1}$$

a) Berechnen Sie die Summen s_1, s_2, s_3, s_4 und s_5 mit Bleistift und Papier und finden Sie eine allgemeine Formel für s_n. Beweisen Sie diese Formel mit vollständiger Induktion.

b) Legen Sie die Variable $n = 100$ in R an und erzeugen Sie den Vektor $\vec{x} := (1, 3, 5, \cdots, 2n-1) \in \mathbb{R}^n$.

c) Machen Sie sich mit dem R-Befehl cumulative sum, `cumsum()`, vertraut. Dazu können Sie die R-Hilfe bemühen mit der Syntax `?cumsum()`. Erzeugen Sie dann den Vektor

$$\vec{s} \;:=\; (s_1, s_2, s_3, \cdots, s_n) \tag{2}$$

wobei die s_n's durch die Formel (1) gegeben sind.

d) Ein R-loop hat die Syntax

```
for(k in vector)
{
   ...do something...
}
```

und die Variable k nimmt dann nacheinander die Werte `vector[1]`, `vector[2]`, `vector[3]`, ... an. Das müssen nicht immer numerische Werte sein, sondern können etwa auch Text-Variablen sein. Erzeugen Sie dann noch einmal den Vektor $\vec{s}$ aus (2) mit Hilfe eines loops, also ohne die Funktion `cumsum()` zu benutzen.

e) Setzen Sie jetzt $n = 4'000'000$ und wiederholen Sie die Rechnungen aus Teil (c) und (d). Bestimmen Sie jeweils die Rechenzeiten. Das können Sie etwa mit Hilfe der `Sys.time()`-Funktion machen, wie genau?

2.Aufgabe: Legen Sie die Variablen $n = 50$ und $m = 500$ in R an und erzeugen Sie dann eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$, für die jedes Element $a_{i,j}$ durch eine auf dem Intervall $[1, 2]$ gleichverteilte Zufallszahl gegeben ist. Erinnern Sie sich daran, was der Rang einer Matrix $\text{rang}(A)$ ist. Versuchen Sie dann eine R-Funktion zu finden, die den Rang einer Matrix berechnet. Dazu ist es sinnvoll, die Hilfe-Seiten mit der Syntax `??`*Thema* aufzurufen, da die Syntax `?`*Thema* nur nach der genauen Funktion *Thema()* sucht, Sie müssen den Funktionsnamen da also schon kennen.

..bitte wenden

a) Berechnen Sie den Rang Ihrer Matrix A.

b) Berechnen Sie den Rang für 1000 verschiedene Realisierungen von A und speichern Sie diese Zahlen in einem Vektor `rangA` der Länge 1000. Gibt es eine Realisierung, für die der Rang ungleich 50 ist? Für das Testen von Vektorelementen auf einen gegebenen Wert könnte etwa die `ifelse()`-Funktion hilfreich sein.

3.Aufgabe: Da wir jetzt das linprog package installiert haben, können wir die Aufgabe 2b vom letzten Übungsblatt 2 machen: Es sei

$$F(x,y) \;:=\; x+y\;.$$

Bestimmen Sie das Maximum und das Minimum von F unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} x+2y &\leq 6 \\ 2x+y &\leq 6 \\ x+3y &\geq 3 \end{aligned}$$

und $x\,,\; y \;\geq\; 0$, indem Sie die `solveLP()`-Funktion aus dem linprog package benutzen.