

1. Übungsblatt zur Vorlesung Lineare Optimierung

1. Aufgabe (Wdh. LinAlg): Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -3 & 1 \\ -2 & 6 & 9 & 0 \\ 4 & -3 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die inverse Matrix A^{-1} mit Hilfe des Gauss-Algorithmus.

2. Aufgabe: Betrachten Sie das folgende lineare Optimierungsproblem (das ist das Beispiel 1 aus der Vorlesung):

$$F(x, y) := 300x + 500y \xrightarrow{!} \max \quad (1)$$

unter den Nebenbedingungen

$$x + 2y \leq 170 \quad (2)$$

$$x + y \leq 150 \quad (3)$$

$$3y \leq 180 \quad (4)$$

$$x, y \geq 0. \quad (5)$$

- Skizzieren Sie die Gebiete, die durch die Ungleichungen (2),(3),(4) und (5) gegeben sind, in der (x, y) -Ebene.
- Skizzieren Sie die Höhenlinien von F aus (1), das heisst, die Mengen, die gegeben sind durch die Bedingung $F(x, y) \stackrel{!}{=} \text{const.}$, in der (x, y) -Ebene.
- Bestimmen Sie jetzt mit Hilfe der Skizzen aus (a) und (b) das Maximum der Funktion F unter den Nebenbedingungen (2,3,4,5).

Ein Vorgehen wie in (a-c) heisst 'graphische Lösungsmethode'. Das geht offensichtlich nur bei 2 oder vielleicht noch 3 Variablen.

3. Aufgabe: Gegeben seien n Daten $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.

- Bestimmen Sie das Minimum der Funktion $f(\mu) := \sum_{i=1}^n (\mu - x_i)^2$ mit Hilfe einer analytischen Rechnung.

b) Formulieren Sie das Problem: Gesucht ist ein $\mu \in \mathbb{R}$ mit

$$g(\mu) := \sum_{i=1}^n |\mu - x_i| \stackrel{!}{\rightarrow} \min$$

als lineares Optimierungsproblem.

c) Versuchen Sie, die Lösung des Problems (b) möglichst genau zu charakterisieren. Nehmen Sie dazu an, dass n ungerade ist und dass die x_i paarweise verschieden sind, also $x_i \neq x_j$ für $i \neq j$.