

VORLESUNG FUNKTIONALANALYSIS – ÜBUNGSBLATT 2

HAGEN KNAF, SS 2016

1. Bestimmen Sie eine obere Schranke für die Expansion $E(f)$ einer linearen Abbildung

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, \quad x \mapsto Ax, \quad A \in \mathbb{R}^{n \times n},$$

wobei der \mathbb{R}^n mit der euklidischen Metrik d_2 versehen sei.

2. Finden Sie Beispiele dehnungsbeschränkter Abbildungen $f : X \rightarrow Y$ und $g : Y \rightarrow Z$ mit der Eigenschaft $E(g \circ f) < E(f)E(g)$.
3. Betrachten Sie die Menge $C([0, 2\pi], \mathbb{R})$ aller stetigen Funktionen $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ mit der in der Aufgabe 3 von Blatt 1 definierten Metrik d_{\max} . Sind die folgenden Folgen in diesem Raum konvergent? Berechnen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert.

- (a) (f_k) mit $f_k(x) := \sin(x)^k$,
- (b) (g_k) mit $g_k(x) := \sin(kx)$,
- (c) (h_k) mit $h_k(x) := x - \frac{1}{k} \sin(kx)$.