

6. Übungsblatt zur Vorlesung Finanzmathematik II

1. Aufgabe: Simulieren Sie in Excel/VBA zwei Black-Scholes Underlyings, deren Brownsche Bewegungen mit Korrelation ρ korreliert sind. Also, für $i \in \{1, 2\}$

$$\frac{dS_{i,t}}{S_{i,t}} = \mu_i dt + \sigma_i dx_{i,t}$$

mit

$$dx_{1,t} \cdot dx_{2,t} = \rho dt$$

und etwa $S_{1,0} = S_{2,0} = 100$. Plotten Sie die Pfade für einen Zeithorizont von, vielleicht, $T = 4$ Jahren und schauen Sie sich die Diagramme für verschiedene Werte von $\rho \in \{-0.95, 0.00, 0.95\}$ an.

2. Aufgabe: Es sei $\rho \in (-1, 1)$ ein reeller Parameter.

a) Bestimmen Sie eine Cholesky-Wurzel A der Korrelationsmatrix

$$C = \begin{pmatrix} 1 & \rho & \rho \\ \rho & 1 & \rho^2 \\ \rho & \rho^2 & 1 \end{pmatrix}$$

Machen Sie dazu den Ansatz

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

und bestimmen Sie dann nacheinander a_{11} , a_{21} , a_{22} , a_{31} , a_{32} und a_{33} .

b) Es seien $y_{1,t}$, $y_{2,t}$ und $y_{3,t}$ drei unabhängige Brownsche Bewegungen. Konstruieren Sie daraus drei korrelierte Brownsche Bewegungen $x_{1,t}$, $x_{2,t}$ und $x_{3,t}$ mit Korrelationen

$$\begin{aligned} dx_{1,t} dx_{2,t} &= \rho dt \\ dx_{1,t} dx_{3,t} &= \rho dt \\ dx_{2,t} dx_{3,t} &= \rho^2 dt \end{aligned}$$