



Hochschule **RheinMain**  
University of Applied Sciences  
Wiesbaden Rüsselsheim

# Die Grundidee der Optionspreisbewertung

# Grundidee der Optionspreisbewertung



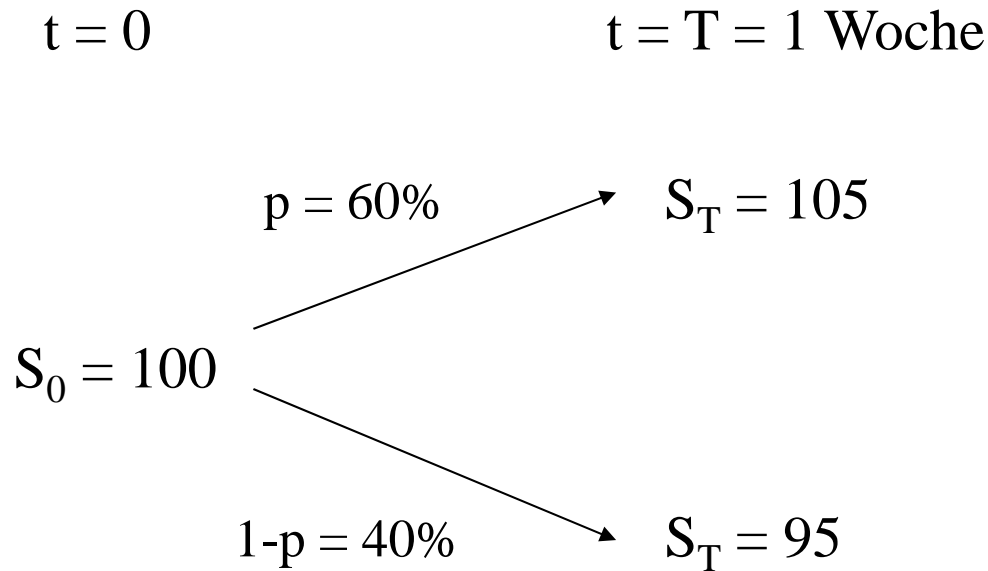
Hochschule RheinMain  
University of Applied Sciences  
Wiesbaden Rüsselsheim

- Die Finanzmathematik befasst sich zu einem grossen Teil mit **Derivaten** und **Optionen** .
- Was sind Derivate oder Optionen?
- Rein mathematisch gesprochen: Eine **Option** auf einen Basiswert  $S_t$  (etwa eine Aktie) mit Fälligkeitsdatum  $T$  ist **eine beliebige Auszahlungs-Funktion  $f(S_T)$**  .  
Der Käufer der Option  $f$  bekommt bei Fälligkeit  $t = T$  den Betrag  $f(S_T)$  vom Optionsverkäufer ausbezahlt.
- Beispiel:

# Grundidee der Optionspreisbewertung



- Wir betrachten eine Aktie mit einem Zeithorizont von 1 Woche:



# Grundidee der Optionspreisbewertung

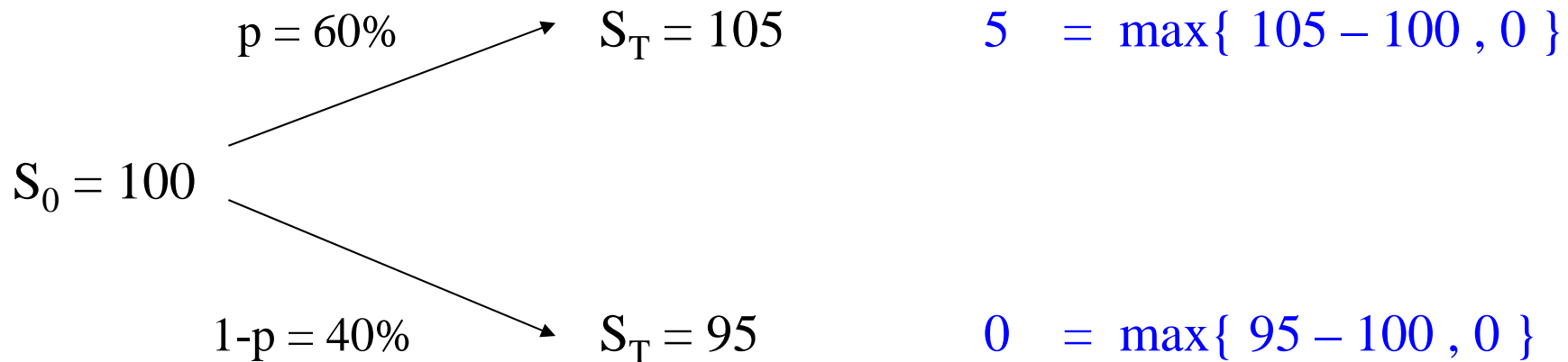


- Standard-Kauf-Option:  $f(S_T) := \max\{ S_T - S_0, 0 \}$

$t = 0$

$t = T = 1$  Woche

Auszahlung der Option:



# Grundidee der Optionspreisbewertung



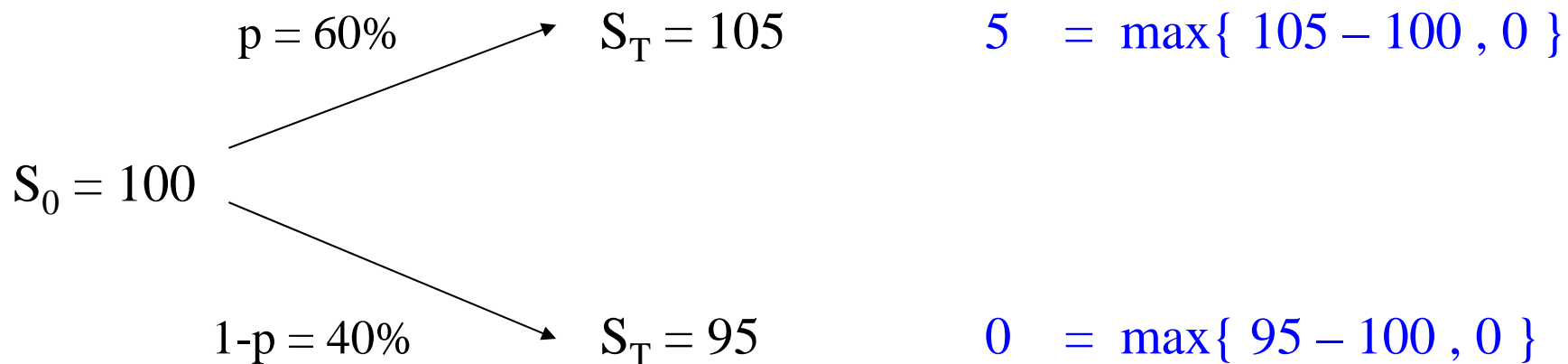
Hochschule RheinMain  
University of Applied Sciences  
Wiesbaden Rüsselsheim

- Standard-Kauf-Option:  $f(S_T) := \max\{ S_T - S_0, 0 \}$

$t = 0$

$t = T = 1$  Woche

Auszahlung der Option:



- FRAGE: Was würden Sie dafür bei  $t = 0$  bezahlen?

# Grundidee der Optionspreisbewertung



- Man könnte meinen:

$$\text{Optionspreis} = 60\% * 5 \text{ Euro} + 40\% * 0 \text{ Euro} = 3 \text{ Euro} .$$

- Das ist falsch, wie wir gleich sehen werden. Nehmen wir an, das wäre richtig. Es könnte folgendes passieren:

Ein grosser Investor möchte 100 Millionen von diesen Optionen bei einer Bank kaufen. Die Bank bekäme also bei  $t = 0$  300 Millionen Euro.

Die Zeit von 1 Woche vergeht und die Aktie ist entweder gestiegen oder gefallen.

# Grundidee der Optionspreisbewertung



- Ist die Aktie gefallen, müsste die Bank nichts an den Investor zahlen und hätte auf einen Schlag 300 Mio Gewinn gemacht.
- Ist die Aktie jedoch gestiegen, müsste die Bank 500 Mio an den Investor zahlen und hätte auf einen Schlag 200 Mio Verlust gemacht.
- Derartige Risiken wollen Banken nicht eingehen. Sondern, ähnlich wie ein Autohändler, möchte eine Bank ein paar Prozent Gewinn pro verkaufter Option machen, egal, ob die zu Grunde liegende Aktie steigt oder fällt.
- Es ist ein **fundamentales Resultat der Finanzmathematik**, dass das tatsächlich möglich ist. Und zwar muss die Bank dazu in diesem Beispiel folgendes machen:

# Grundidee der Optionspreisbewertung



- Als Optionspreis muss sie nur 2,50 Euro verlangen (also keine 3 Euro).
- Dann muss die Bank bei  $t = 0$  eine halbe Aktie kaufen.
- Bei Fälligkeit der Option bei  $t = T = 1$  Woche muss die Bank diese halbe Aktie dann wieder verkaufen:

$$\begin{aligned}\text{BankPortfolio\_heute} &= 2,50 = 2,50 - 50 + 50 \\ &= -47,50(\text{cash}) + \text{halbe Aktie}\end{aligned}$$

$$105/2 = -47,50 + 52,50 = 5 \text{ Euro}$$

$$\text{BankPortfolio\_1Woche} = -47,50(\text{cash}) +$$

$$95/2 = -47,50 + 47,50 = 0 \text{ Euro}$$

Also:

$$\text{BankPortfolio\_1Woche} = \text{option\_payoff}$$



# Grundidee der Optionspreisbewertung



- Also: Mit der Handelsstrategie “**Kaufe eine halbe Aktie**” ist die Bank in der Lage, den **option payoff exakt zu replizieren**.
- Der **faire Preis einer Option** ist dann das Geld, das man braucht, um eine replizierende Strategie aufsetzen zu können.
- In dem Beispiel wären das also nur **2,50 Euro** .
- Der tatsächliche Preis einer Option ist dann vielleicht 2,55 Euro oder 2,53 Euro oder 2,52 Euro...