

MATHEMATISCHE STRUKTUREN – ÜBUNGSBLATT 4

HAGEN KNAF, SS 2016

Liste von Fragen/Problemen zu den Themen »innere Verknüpfungen« und »Gruppen«

1. Zeigen Sie, dass in einer Halbgruppe $(G, \cdot)$ die Ausdrücke

$$(g_1 \cdot g_2) \cdot ((g_3 \cdot g_4) \cdot g_5)$$

und

$$(g_1 \cdot ((g_2 \cdot g_3) \cdot g_4)) \cdot g_5$$

das gleiche Ergebnis liefern.

2. Geben Sie ein endliches, nicht kommutatives Monoid an, das keine Gruppe ist.
3. Es sei $(G, \cdot)$ ein Monoid. Geben Sie eine Bedingung an, die sicherstellt, dass das Gleichungssystem

$$a \cdot x \cdot y = b, \quad y \cdot c = d, \quad a, b, c, d \in G$$

Lösungen $x, y \in G$ besitzt.

4. Weshalb bildet die Menge aller Drehungen und Spiegelungen, die ein Rechteck auf sich selbst abbilden, eine Gruppe?
5. Welche Untergruppen besitzt die Gruppe der Drehungen eines 5-Ecks um Vielfache von $\frac{2\pi}{5}$?
6. Was besagt der Satz von Lagrange und weshalb ist die Aussage dieses Satzes wichtig?
7. Bestimmen Sie die Linksnebenklassen der Diedergruppe D_4 modulo der Untergruppe aller Drehungen.
8. Was besagt der Satz von Cayley und weshalb ist die Aussage dieses Satzes wichtig?
9. Geben Sie eine Permutation $\sigma \in S_6$ an, für die $\sigma^8 = \text{id}$ gilt, aber $\sigma^k \neq \text{id}$ für $k < 8$.