

MATHEMATISCHE STRUKTUREN – ÜBUNGSBLATT 1

HAGEN KNAF, SS 2016

1. Erstellen Sie die Verknüpfungstafel einer Gruppe G mit vier Elementen und folgender weiteren Eigenschaft: in G gibt es zwei Elemente g, h mit $g^2 = h^2 = 1$, wobei $g \neq 1$ und $h \neq 1$ ist.
2. Finden Sie eine Gruppe mit vier Elementen, die *nicht* die Eigenschaft aus Aufgabe 1 besitzt.
3. Betrachten Sie die Menge H aller 2×2 -Matrizen der Form

$$\begin{pmatrix} 1 & 5a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{Z}.$$

Ist die Menge H zusammen mit der Matrixmultiplikation eine Halbgruppe, ein Monoid, eine Gruppe? Begründen Sie Ihre Antwort im Detail.