

7. Übungsblatt zur Vorlesung Lineare Optimierung

1. Aufgabe: Lösen Sie die Aufgabe 2b vom letzten Übungsblatt 6 noch einmal numerisch mit Hilfe der R-Software, also: Gegeben sei die Matrix A und der Vektor \vec{b} durch

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 170 \\ 150 \\ 180 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie dann für alle 3-elementigen Teilmengen

$$B := \{j_1, j_2, j_3\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

die Lösung \vec{x}_B des Gleichungssystems

$$A\vec{x}_B = \vec{b}.$$

Diejenigen $\vec{x} = (\vec{x}_B, \vec{x}_N)$ mit $\vec{x} \geq \vec{0}$ sind Ecken von $P_=(A, \vec{b})$. Die zu maximierende Funktion war

$$F(\vec{x}) = 300x_1 + 500x_2.$$

Finden Sie heraus, wie man in R eigene Funktionen definieren kann (etwa, indem Sie das Material von der Vorlesungs-homepage benutzen), und legen Sie dann die Funktion F an. Evaluieren Sie dann das F auf sämtlichen Ecken, in R, und geben Sie das Maximum an sowie die (x_1, x_2) , für die das Maximum angenommen wird.

2. Aufgabe: Gegeben seien die Polyeder

$$P_1 := \{ \vec{x} = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 1, \vec{x} \geq \vec{0} \}$$
$$P_2 := \{ \vec{x} \in P_1 \mid z = 0.5 \}$$

a) Skizzieren Sie P_1 und P_2 im \mathbb{R}^3 und, durch Betrachten Ihrer Skizze, geben Sie die Ecken von P_1 und P_2 an.

b) Geben Sie Matrizen A_1 und A_2 und Vektoren \vec{b}_1 und \vec{b}_2 an, so dass

$$P_1 = P_=(A_1, \vec{b}_1)$$
$$P_2 = P_=(A_2, \vec{b}_2)$$

gilt.

c) Überprüfen Sie die Aussage von Satz 4.3 aus der Vorlesung am Beispiel P_1 und P_2 .