

## 5. Übungsblatt zur Vorlesung Lineare Optimierung

**1. Aufgabe:** Beweisen Sie den Satz 4.1 aus der Vorlesung: Sind  $M_1, M_2 \subset \mathbb{R}^n$  zwei konvexe Teilmengen des  $\mathbb{R}^n$ , dann gilt:

- a)  $M_1 \cap M_2$  ist konvex.
- b)  $M_1 \cup M_2$  ist nicht notwendig konvex.

**2. Aufgabe:** Es seien

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b = 2.$$

- a) Skizzieren Sie die Hyperebene  $H_=(\vec{a}, b) = \{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{a} \cdot \vec{x} = b \}$ .
- b) Skizzieren Sie den Halbraum  $H_{\leq}(\vec{a}, b) = \{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{a} \cdot \vec{x} \leq b \}$ .

**3. Aufgabe:** Beweisen Sie den Satz 4.2 aus der Vorlesung:

- a) Jede Hyperebene im  $\mathbb{R}^n$  ist konvex.
- b) Jeder Halbraum im  $\mathbb{R}^n$  ist konvex.

**4. Aufgabe:** Es seien

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Skizzieren Sie das Polyeder

$$P := \{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid A\vec{x} \leq \vec{b} \}$$

im  $\mathbb{R}^3$ .