

11. Übungsblatt zur Vorlesung Lineare Optimierung

1. Aufgabe: Wir betrachten noch einmal das Setup von Aufgabe 1 aus dem 8. Übungsblatt: Gegeben sei das folgende LOP =: LOP₀ mit Zufallszahlen in Standard-Ungleichungsform:

$$F(\vec{x}) := x_1 + x_2 + \dots + x_n \xrightarrow{!} \max \quad (1)$$

unter den Nebenbedingungen $A\vec{x} \leq \vec{b}$ und $\vec{x} \geq \vec{0}$ oder explizit in Koordinaten

$$\begin{aligned} a_{1,1}x_1 + \dots + a_{1,n}x_n &\leq b_1 \\ &\vdots \\ a_{m,1}x_1 + \dots + a_{m,n}x_n &\leq b_m \end{aligned} \quad (2)$$

mit Koeffizienten $a_{i,j}$ und b_i gegeben durch

$$a_{i,j} \in [0, 1] \quad \text{gleichverteilte Zufallszahlen} \quad (3)$$

$$b_i \in [n/2 - \sqrt{n}, n/2 + \sqrt{n}] \quad \text{gleichverteilte Zufallszahlen} \quad (4)$$

Im folgenden fixieren wir die Dimensionen n und m auf die Werte

$$n = 30 \quad \text{und} \quad m = 150$$

so dass die b_i 's also zwischen $15 - \sqrt{30} \approx 9.5$ und $15 + \sqrt{30} \approx 20.5$ liegen, insbesondere also immer positiv sind. Für dieses LOP₀ ist also keine Phase-I-Prozedur notwendig.

Wir möchten dieses LOP₀ mit einem LOP₁ vergleichen, für welches die rechte Seite von (2) nicht mehr positiv ist, für das dann also eine Phase-I-Prozedur nötig ist. Dazu definieren wir das LOP₁ exakt identisch zu dem LOP₀ mit dem einzigen Unterschied, dass wir die Spezifikation (3,4) abändern zu

$$a_{i,j} \in [-0.5, +0.5] \quad \text{gleichverteilte Zufallszahlen} \quad (5)$$

$$b_i \in [-\sqrt{n}, +\sqrt{n}] \quad \text{gleichverteilte Zufallszahlen} \quad (6)$$

In R können wir das dadurch realisieren, dass wir einfach

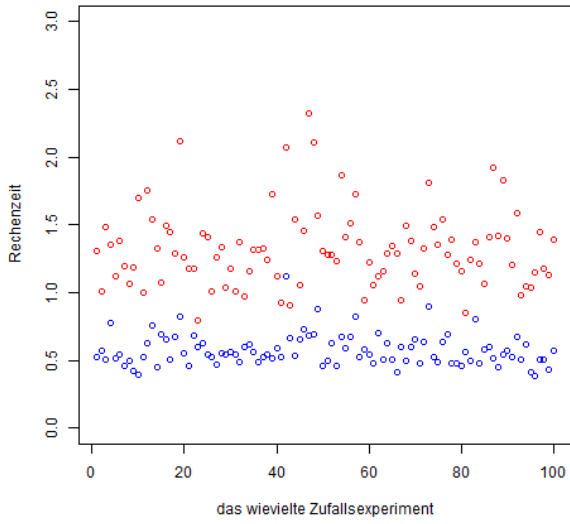
$$\mathbf{A1} = \mathbf{A0} - 0.5$$

$$\mathbf{b1} = \mathbf{b0} - \mathbf{n}/2$$

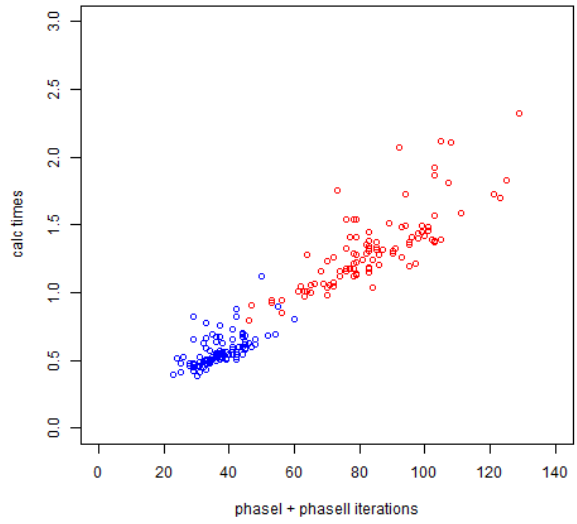
setzen. Dann benutzen wir also für beide LOP's dieselben Zufallszahlen.

Wir wollen jetzt das LOP₀ und das LOP₁ für 100 verschiedene Realisierungen von A und \vec{b} lösen und uns jeweils die Rechenzeiten, die Anzahl der benötigten Phase-I und Phase-II Iterationen und den Wert des Maximums merken. Starten Sie dazu eine R-Session und versuchen Sie, die folgenden Bilder zu generieren:

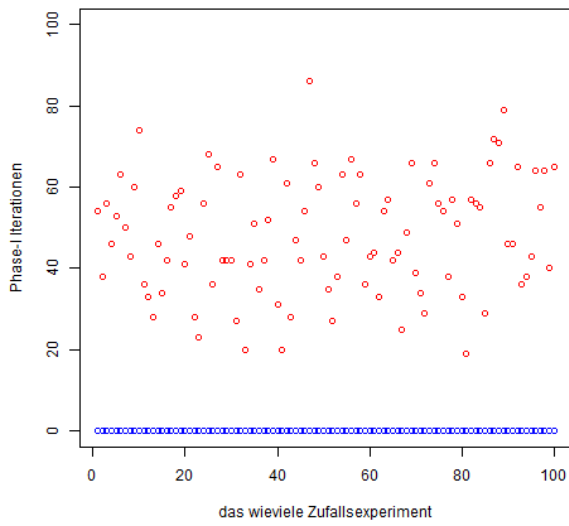
Rechenzeiten fuer LOP0 (blau) und LOP1 (rot)



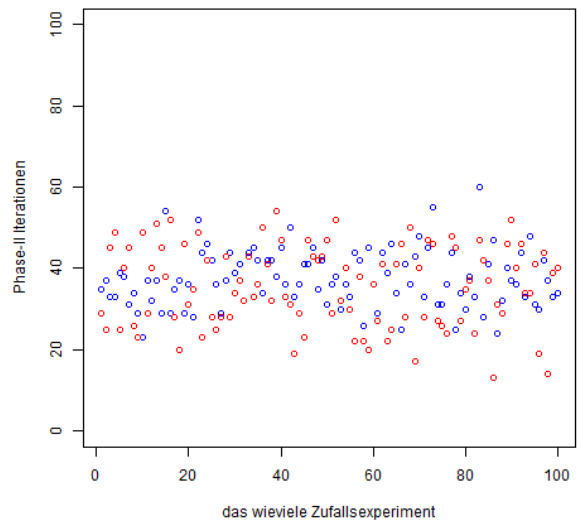
Rechenzeiten gegen Gesamtzahl Iterationen, LOP0 (blau) und LOP1 (rot)



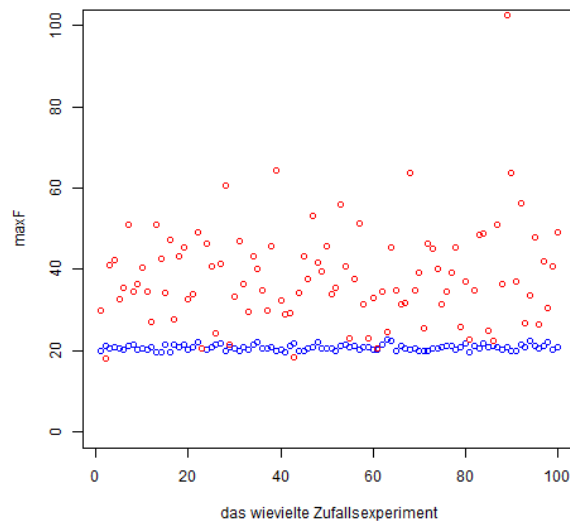
Phase-I Iterationen LOP0 (blau) und LOP1 (rot)



Phase-II Iterationen LOP0 (blau) und LOP1 (rot)



maxF, LOP0 (blau) und LOP1 (rot)



Es könnte hilfreich sein, noch einmal einen Blick in `Loesung8.R` zu werfen, um sich ein bisschen an die Syntax zu erinnern. Schauen Sie sich das pdf-file zu diesem Übungsblatt auf dem Computer an, um die Datenpunkte in der tatsächlichen roten und blauen Färbung sehen zu können.